

Examen de Mecánica Clásica

10 de Junio de 2009

El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. Una partícula se mueve sujeta a un potencial

$$V(x) = V_0 \left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a} \right)$$

donde, V_0 y a son positivas.

- (a) Localiza los puntos de equilibrio,
 - (b) determina si son estables,
 - (c) para puntos de equilibrio estables obtén la frecuencia de oscilación para pequeños apartamientos del equilibrio (Ayuda: compara con el potencial del oscilador armónico).
2. Considera un péndulo unidimensional simple de longitud l y masa m que se mueva sin fricción en el aire.
- (a) Escribe su Lagrangiano como función del ángulo ϕ que sustenta con su posición de equilibrio y de las derivadas de dicho ángulo.
 - (b) Escribe la ecuación de Lagrange correspondiente y encuentra la ecuación diferencial que rige el movimiento del péndulo.
 - (c) Demuestra que para pequeños ángulos el movimiento es armónico, y encuentra el periodo P de las oscilaciones.
3. (a) Encuentra el desplazamiento y la velocidad del movimiento **horizontal** de una partícula en un medio en el que la fuerza de resistencia es proporcional a la velocidad ($F = kv$). Considere que la velocidad inicial es $v_0 \neq 0$.
- (b) Ahora, encuentra el desplazamiento y la velocidad del movimiento **vertical** de una partícula en un medio en el que la fuerza de resistencia es proporcional a la velocidad (considere la gravedad $F_g = -mg$). Considere que la velocidad inicial es $v_0 = 0$.

(Nota: en ambos casos, el movimiento es no relativista)

Examen de Mecánica Cuántica

10 de Junio de 2009

El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

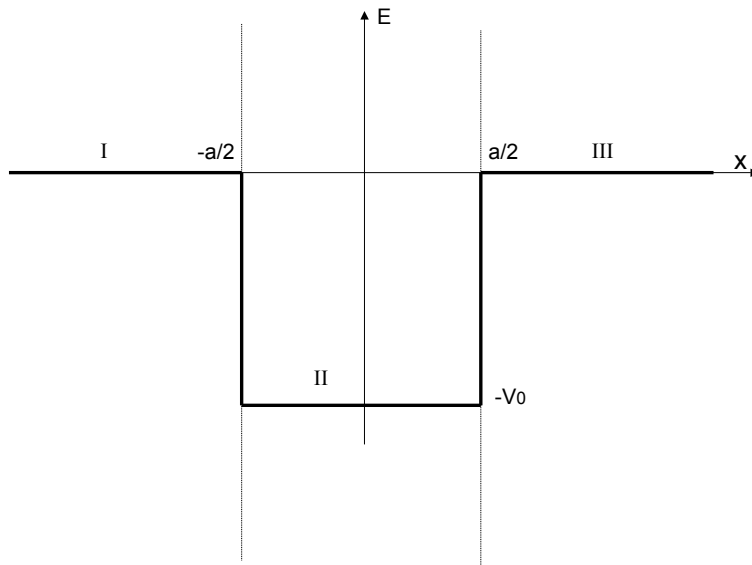
1. Considera un modelo ‘planetario’ de un átomo tipo H con un electrón de masa m_e y de carga $-e$ en órbita circular en torno al núcleo, que tiene masa M y carga $+Ze$. La única fuerza es la debida a la atracción coulombiana y $M \gg m_e$.
 - (a) Obtén una ecuación para la energía total E del átomo en términos del radio r de una órbita estable. Desprecia la radiación del electrón acelerado.
 - (b) Deriva una ecuación para r en términos de m_e , e y el momento angular L del electrón.
 - (c) Cuantiza $L = n\hbar$, para obtener las frecuencias de emisión y absorción en términos de n .
2. El hamiltoniano (adimensionalizado) de un sistema es dado por:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

- (a) Establece si este operador es hermitiano y explica porqué es relevante (si lo es) o no.
- (b) ¿Cuáles son las energías permitidas para el sistema?
- (c) A un tiempo t dado, el sistema está en un estado descrito por el vector

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

¿Cuál es la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado correspondiente a la energía $\omega = 2$ en el tiempo t ?



3. Considera un pozo de potencial rectangular de ancho a y profundidad V_0 como en la figura.
- Determina la ecuación de onda en las tres regiones (I, II y III), para una partícula de energía $E > 0$.
 - ¿En qué región podría estar la partícula si su energía es negativa?. Determina los valores permitidos de la energía en este caso.
 - De manera general, ¿en qué circunstancias está cuantizada la energía de una partícula, y en qué circunstancias no?

Examen de Electromagnetismo

10 de Junio de 2009

El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. Considera una esfera de radio R , centrada en el origen, con una densidad de carga

$$\rho(r, \theta) = \frac{R}{r^2}(R - 2r) \sin \theta,$$

donde r es la distancia radial y θ el ángulo azimutal (coordenadas esféricas usuales).

- (a) Calcula la carga total de la esfera.
 - (b) ¿Se puede aproximar el potencial lejos de la esfera como un potencial monopolar? (justifica tu respuesta)
2. Considera la siguiente onda estacionaria plana en el vacío:

$$\mathbf{E} = E_0 \cos(kz - wt) \hat{\mathbf{x}} + E_0 \sin(kz - wt) \hat{\mathbf{y}}$$

- (a) Encuentra el campo magnético ($\mathbf{B}$).
 - (b) Calcula la potencia que pasa a través de un elemento de área perpendicular a la dirección de propagación.
 - (c) ¿Qué tipo de polarización tiene la onda?
3. Usa el teorema de Gauss para probar:
 - (a) Cualquier exceso de carga colocada sobre un conductor debe estar enteramente en su superficie.
 - (b) El campo eléctrico en la superficie de un conductor es normal a la superficie y tiene una magnitud σ/ϵ_0 (en unidades SI), donde σ es la densidad de carga por unidad de área de la superficie y ϵ_0 permeabilidad eléctrica en el vacío.

Examen de Termodinámica

10 de Junio de 2009

El tiempo de examen es de 1 hora por materia. Escoge 2 de los 3 problemas.

1. (a) Escribe en palabras la ley cero y la primera ley de la termodinámica. Da el significado físico (es decir, algún concepto o principio) de cada una.
- (b) Un mol de gas ideal monoatómico, inicialmente a temperatura T_0 , se expande de un volumen V_0 hasta $2V_0$,
 - i. adiabáticamente,
 - ii. isotérmicamente.

Calcula el trabajo de expansión y el calor absorbido por el gas en cada caso. Da los resultados en términos de RT_0 .

2. (a) Enuncia la segunda ley de la termodinámica.
- (b) Un motor Carnot tiene una potencia de 500 W. Se opera entre las temperaturas de 100°C y 60.0°C .
 - i. ¿Cuál es la tasa de calor que la fuente térmica caliente cede?
 - ii. ¿Cuál es la tasa de calor que la fuente térmica fría recibe?

En ambos casos, da la respuesta en unidades de kilojoules por segundo.

3. Considera 3 moles de un gas ideal diatómico. Calentamos el gas de una temperatura inicial T_0 a una temperatura final $T_1 = T_0 + 40\text{ K}$, quedando la presión constante.
 - (a) ¿Cuánto calor (en Joules) se necesita para efectuar este cambio de temperatura?
 - (b) ¿Por cuánto cambia la energía interna del gas?
 - (c) ¿Cuánto trabajo realiza el gas durante la transformación?
 - (d) Sin hacer cálculos, determina si la cantidad de calor necesario para aumentar la temperatura de 3 moles de un gas ideal *monoatómico* por 40 K a presión constante es menor o mayor al valor que obtuvimos para un gas *diatómico*. Justifica tu respuesta.

Ayuda: Para un gas ideal, el calor específico a presión constante se da por

$$C_p = \frac{n}{2}R$$

donde n es el número de grados de libertad y $R = 8.31\text{ J K}^{-1}\text{ mol}^{-1}$.