# Examen Temático Medio Interstelar - Enero 27, 2012
Resolver cuatro de los cinco problemas.
Tiempo para resolver el examen: 2 horas

## Problema 1:

*a- ¿Cuál es la masa total de Hidrogéno ($M_{H+}$) que una estrella O6 puede mantener ionizada en su esfera de Strömgren?. Suponga que la nebulosa está compuesta sólo de Hidrógeno y tiene una densidad $n_H = 1\ cm^{-3}$.*

*b- Responda la misma preguntas del inciso anterior para una $n_H = 10^3\ cm^{-3}$ y discuta los resultados.*

*c- Considere ahora que la región H II alrededor de la estrella O6 se encuentra en equilibrio con su exterior. Suponga que la temperatura electrónica del gas en la región H II es $T_{HII} = 10^4$ K. Suponga que el gas exterior de Hidrógeno neutro tiene una temperatura $T_{HI} = 10^2$ K y una densidad $n_H = 10^3\ cm^{-3}$. Considerando balance de presión entre las fronteras de las regiones H II y HI ¿cuál es la densidad $n_{H+}$ dentro de la región H II?*

*d- ¿Cuál es el tamaño ($r_s$) de la esfera de Strömgren en este punto?*

*e- Si la región HII se expande a una tasa de $\simeq 10\ km\ s^{-1}$, considerando sólo fotoionización, ¿por cuanto tiempo se estará expandiendo antes de alcanzar equilibrio?*

*(Datos útiles: Q (O6) = $10^{49.23}$ fotones $s^{-1}$ ; $m_H \simeq uma = 1.67 \times 10^{-24} g$; $\alpha_B = 2.6 \times 10^{-13}\ cm^{-3}\ s^{-1}$; $M_\odot = 2 \times 10^{33} g$)*

## Problema 2:

*Muestre que la tasa de reacción de Langevin, que es la tasa de reacción entre un ión y una partícula neutra polarizable con un potencial* $V(r) = -\alpha e^2/2r^4$*, es independiente de la velocidad.*

*Hint: para esto, calcule: a) El potencial efectivo,* $V_{\text{eff}}$*, que ve el ión al acercarse a la partícula neutra (ver Figura 1), b) Encuentra el parámetro de impacto, b, evaluando* $V_{\text{eff}}$ *en* $r = \rho_0$ *, c) finalmente encuentra que la tasa de reacción de Langevin no depende de la velocidad.*

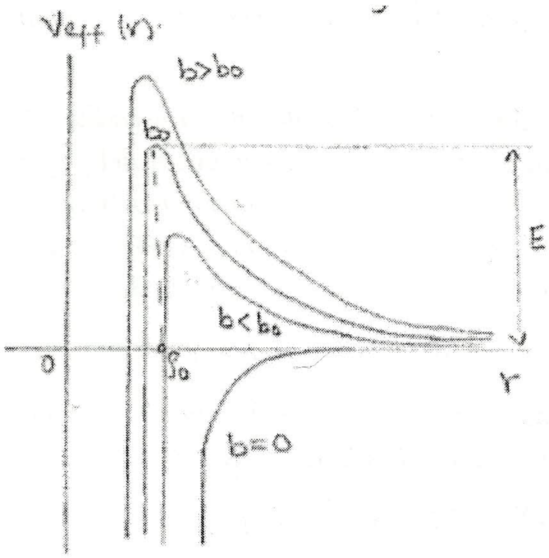


Fig. 1.— En la figura se considera el $V_{\text{eff}}$ para diferentes parámetros de impacto. Cuando la altura de la barrera centrífuga es igual a E (que se consideró constante) el ión es capturado dentro de una órbita circular de radio $\rho_0$.

## Problema 3:

*a) Explica el significado físico del teorema del virial, y el procedimiento para obtenerlo (no es necesario realizarlo; sólo descríbelo).*

*b) Considera el caso de una nube esférica con densidad uniforme* $\rho$*, presión* $P$ *y radio inicial* $R$*, en equilibrio virial entre su energía interna y su autogravedad, descrito por*

$$3\int_V P\,dV = \int_0^R \frac{GM(r)}{r}dM(r),$$

*en donde* $M(r) = 4\,\pi\rho r^3/3$ *es la masa contenida desde el centro hasta un radio* $r$ *interno a la esfera. Evalúa ambas integrales y escribe la expresión resultante. Para el término de energía interna, supón que la presión está dada por una expresión politrópica de la forma*

$$P = P_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma},$$

*en donde* $\rho_0$ *es el valor inicial de la densidad uniforme dentro de la esfera,* $P_0$ *es la presión correspondiente a* $\rho_0$ *y* $\gamma$ *es un parámetro arbitrario.*

*c) De la expresión resultante en el inciso anterior, obtén una expresión para el radio* $R$ *en función de la densidad. Explica por qué este radio puede considerarse esencialmente como la Longitud de Jeans (*$L_\mathrm{J}$*), salvo factores del orden de la unidad.*

*d) Definiendo a la Masa de Jeans como* $M_\mathrm{J} \equiv 4\pi\rho L_\mathrm{J}^3/3$*, encuentra una expresión para* $M_\mathrm{J}$ *como función de* $\rho$*. ¿Qué valor debe tomar* $\gamma$ *para que* $M_\mathrm{J}$ *sea independiente de* $\rho$*? ¿Cómo se comporta* $M_\mathrm{J}$ *al aumentar* $\rho$ *cuando* $\gamma$ *es mayor y cuando es menor que este valor? ¿En cuál de estos casos se puede producir fragmentación?*

## Problema 4:

*Debido a la presión de radiación los granos de polvo son acelerados a velocidades terminales que van como* $V_t = (3L_* Q_{rad}/8\pi c r_0 a\rho)^{1/2}$*, en donde* $a$ *es tamaño del grano,* $\rho_s$ *es la densidad específica del material del grano,* $Q_{rad}$ *es la eficiencia de la presión de radiación,* $L_*$ *es la luminosidad de la estrella,* $r_0$ *es la distancia del grano de polvo a la estrella, y* $c$ *es la velocidad de la luz.*

*a) Deriva la expresión de arriba, empezando con que la presión de radiación es* $P_{rad} = Q_{rad} F_{rad}/c$*, donde* $Q_{rad}$ *es la eficiencia de la presión de radiación.*

## Problema 5:

*Para un choque adiabático el número de Mach post-choque, $M_2$ puede ser expresado como función del número de Mach pre-choque $M_1$ como*

$$M_2^2 = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)},$$

*asumiendo que $\gamma$ es igual de ambos lados del choque.*

*Mostrar que si $M_1 > 1$ (y hay un choque), entonces $M_2 < 1$ por lo que la velocidad post-choque es subsónica en el sistema de referencia del choque.*