

1. Explique los siguientes conceptos en la teoría de transferencia radiativa:

- (a) Intensidad específica de la radiación
- (b) Opacidad y emisividad
- (c) Profundidad óptica y función fuente
- (d) Momentos angulares (0, 1, y 2) del campo de radiación

En cada caso, dé las ecuaciones que considera relevantes y las unidades físicas de las cantidades. Por simplicidad, suponga una geometría plano-paralelo e ignore toda dependencia sobre la frecuencia de la radiación.

2. Las ecuaciones de la estructura estelar para el caso cuasi-estático, esféricamente simétrico, no degenerado, y no relativista son:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dr} &= \frac{-GM_r \rho}{r^2} & \frac{dT}{dr} &= \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{T}{P} \frac{dP}{dr} \\ \frac{dM_r}{dr} &= 4\pi r^2 \rho & \frac{dT}{dr} &= -\frac{3}{4ac} \frac{\kappa \rho L_r}{T^3 4\pi r^2} \\ \frac{dL_r}{dr} &= 4\pi r^2 \rho \epsilon & P &= \frac{\rho k T}{\mu m_H} + \frac{1}{3} a T^4\end{aligned}$$

donde:  $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ dyn cm}^2/\text{g}^2$ ,  $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/K}$ , y  $m_H = 1.67 \times 10^{-24} \text{ g}$ .

- (a) ¿Qué representan  $M_r$ ,  $L_r$ ,  $\kappa$ , y  $\epsilon$ ?
- (b) ¿Porqué hay dos ecuaciones para  $dT/dr$ ?
- (c) El Sol tiene  $M = 2 \times 10^{33}$  gramos y  $R = 7 \times 10^{10}$  cm. Estima la presión del gas en su centro suponiendo que la densidad es constante. Dar el resultado en unidades de dinas/cm<sup>2</sup>.
- (d) Dibuja una gráfica cualitativa de  $L_r$  contra  $r$  para una estrella en Secuencia Principal.

3. Considerar una pequeña perturbación homóloga de una estrella:

$$r \rightarrow r' = r + \delta r = r(1 + x) \quad x = \delta r / r$$

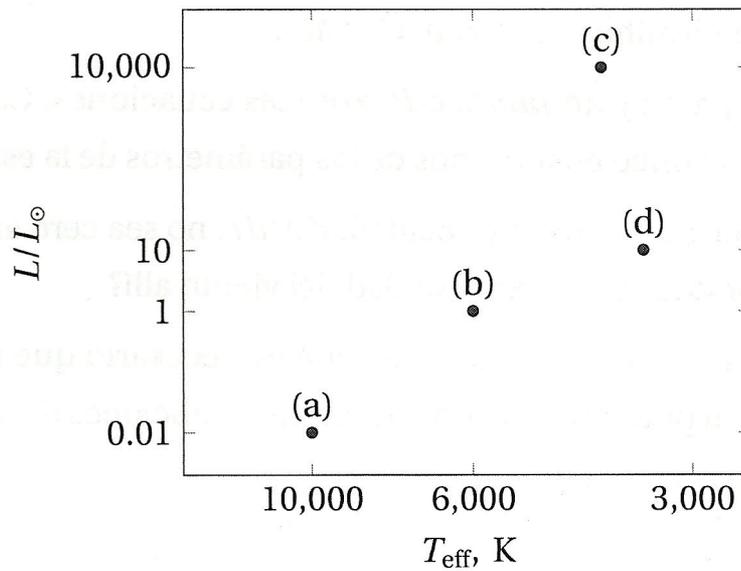
$$\rho \rightarrow \rho' = \rho + \delta \rho = \rho(1 + y) \quad y = \delta \rho / \rho$$

$$P \rightarrow P' = P + \delta P = P(1 + p) \quad p = \delta P / P$$

donde  $x$ ,  $y$ , y  $p$  son constantes dentro de la estrella y  $|x|, |y|, |p| \ll 1$ .

- (a) Usando conservación de masa  $dm = 4\pi r^2 \rho dr$  de las capas, mostrar que  $y = -3x$ .
- (b) Suponiendo que la perturbación conserva el equilibrio hidrostático, mostrar que  $p = -4x$  y deducir que  $\frac{\delta P}{P} = \frac{4}{3} \frac{\delta \rho}{\rho}$ .
- (c) Suponiendo que la perturbación es adiabática con  $\gamma_{\text{ad}} = \left. \frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right|_{\text{ad}}$  y  $\gamma_{\text{ad}}$  constante, mostrar que  $\frac{\delta P}{P} = \gamma_{\text{ad}} \frac{\delta \rho}{\rho}$  y  $P = K \rho^{\gamma_{\text{ad}}}$  donde  $K$  es un constante.
- (d) Juntando (3a) and (3b) discutir la estabilidad de la estrella bajo perturbaciones cuando  $\gamma_{\text{ad}} > \frac{4}{3}$  y  $\gamma_{\text{ad}} < \frac{4}{3}$ .

4. Considere el diagrama Hertzsprung–Russell abajo. Los cuatro puntos (a)–(d) representan cuatro etapas durante la evolución de una estrella con masa inicial  $1 M_{\odot}$ . El orden de las letras no representa el orden temporal. Para cada uno de los puntos, describe en detalle (I) la fase evolutiva de la estrella; (II) la naturaleza de su fuente de energía; y (III) la forma en que la energía está transportada hacia la superficie de la estrella. En el caso (d), hay dos posibilidades para la etapa evolutiva. Para decidir entre las dos, suponga que la estrella se encuentra en un cúmulo estelar asociado a una nube molecular y que presenta un exceso de emisión tanto en el ultravioleta como en el infrarrojo.



5. Considere un viento esférico, isotérmico, y estacionario que cumple con la ecuación de continuidad:

$$4\pi r^2 \rho v = \dot{M} = \text{constante}$$

y de movimiento:

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{a^2}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{GM_\star}{r^2} = 0,$$

donde  $a$  es la velocidad de sonido (constante). Es decir, las únicas fuerzas que actúan sobre el viento son la gravedad y el gradiente de la presión.

- Combine las dos ecuaciones para eliminar la densidad,  $\rho$ , y encontrar  $dv/dr$  en términos de  $v$ ,  $r$ ,  $a$ ,  $G$ , y  $M_\star$ .
- Muestre que hay un *punto crítico* en las ecuaciones. Calcule el radio de este punto crítico en términos de los parámetros de la estrella y del viento.
- Para que el gradiente de velocidad,  $dv/dr$ , no sea cero en el punto crítico, ¿qué valor debe tener la velocidad del viento allí?
- Explique en términos físicos porqué es necesario que un viento estelar pase por un punto sónico. Considere las condiciones de frontera interiores y exteriores.