



Mecánica Clásica

aceves@astrocen.unam.mx

Tarea # 4

1. **Fricción Dinámica Estelar.** Una galaxia satélite como la galaxia M32 de Andrómeda (Fig. 1), caracterizada por una masa m está sujeta a dos tipos de fuerza: (1) una fuerza central \mathbf{F}_r y (2) a una de tipo “fricción” \mathbf{F}_{fd} :

$$\mathbf{F}_r = f(r) \frac{\mathbf{r}}{r},$$

$$\mathbf{F}_{fd} = -\gamma \mathbf{v},$$

donde \mathbf{r} y \mathbf{v} son los vectores de posición y de velocidad del satélite, respectivamente.

La “fuerza” \mathbf{F}_{fd} resulta de la interacción local del satélite con las estrellas y materia oscura de la galaxia anfitriona. Tal interacción da como resultado una fuerza denominada *fricción dinámica*. El coeficiente de fricción γ , que es mayor que cero, depende tanto de las propiedades del satélite como de la galaxia anfitriona.

Considere, en primera aproximación, que la galaxia satélite es una partícula de masa m , que se moverá en un plano orbital dado, y que tiene un momento angular inicial \mathbf{L}_0 con respecto al origen (centro de Andrómeda).

Demuestre que la galaxia satélite irá perdiendo momento angular de forma exponencial en el tiempo en su trayecto hacia el centro de Andrómeda. Escriba la expresión concreta para la dependencia temporal del vector de momento angular \mathbf{L} .

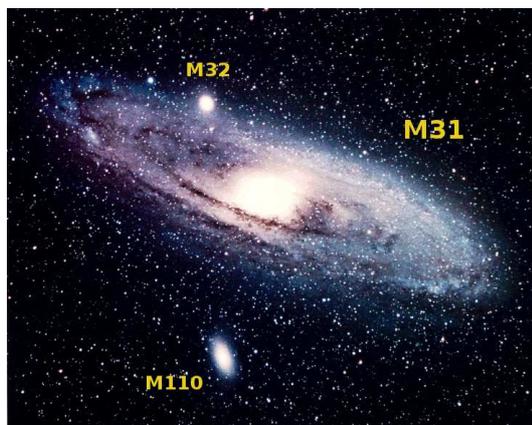


FIGURA 1 Placa fotográfica de la galaxia de Andrómeda. Sus satélites más prominentes son: M32 en la parte superior y NGC235 en la parte inferior. Ambas galaxias satélites decaerán con el tiempo hacia Andrómeda, probablemente siendo destruidas en el trayecto.

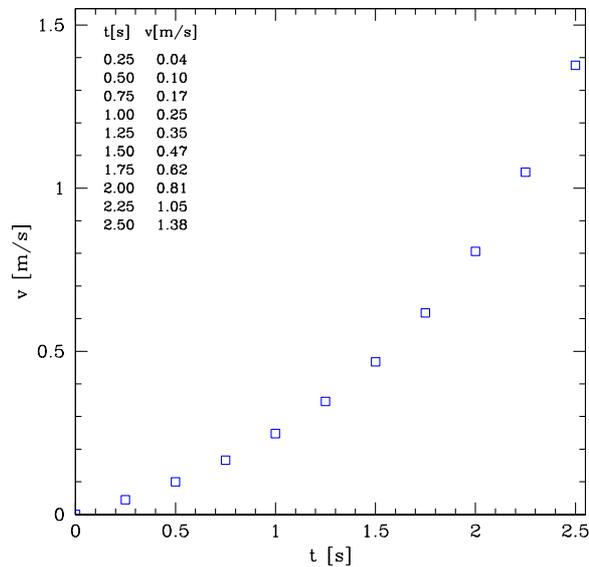
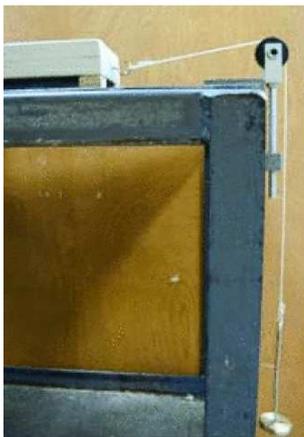


FIGURA 2 (Izquierda) Sistema bloque-pesa ligados por una cuerda de masa pequeña. La masa de la polea puede considerarse en primera aproximación despreciable. (Derecha) Datos experimentales de la velocidad del bloque como función del tiempo.

2. **Arrastre de Bloque de Arena con Orificio.** Considere el sistema mostrado en la Figura 2, el cual consiste de un bloque relleno de arena que es jalado sobre una mesa por una pesa de masa $m = 0.06$ kg que cuelga de manera vertical y unida al bloque por una cuerda de masa pequeña. La masa del bloque junto con la arena es de $M_0 = 1.27$ kg. El coeficiente de fricción entre el bloque y la mesa se ha determinado experimentalmente ser en promedio constante y de valor $\mu = 0.032$ para esta situación.

Debajo del bloque existe un orificio que, al momento de comenzar su movimiento, se abre para comenzar a liberar arena a una tasa de $\Gamma = 0.41$ kg/s determinada experimentalmente.

En el momento en que se coloca la pesa m , y se abre el orificio para que comience a drenar arena el bloque, se comienza a medir su velocidad como función del tiempo. Los resultados experimentales de la velocidad son mostrados al lado derecho de la Figura 2.

Haga un modelo físico del experimento indicado que reproduzca en buena medida los datos experimentales de la velocidad con que se desplaza el bloque.

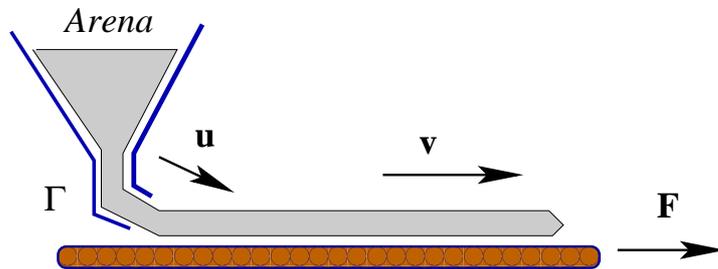


FIGURA 3 Esquema de una banda transportadora de arena, la cual es inyectada a una tasa constante sobre la banda con un vector de velocidad \mathbf{u} ; no necesariamente incidiendo verticalmente sobre la banda. La arena sobre la banda lleva un vector de velocidad \mathbf{v} . Las velocidades están referidas al sistema del laboratorio.

3. **Banda Transportadora de Arena.** Un problema típico de sistemas de masa variable es el de una banda transportadora sobre la cual cae arena de manera continua a una tasa Γ . En algunos casos se pide calcular la fuerza \mathbf{F} requerida para mantener la banda moviéndose a velocidad \mathbf{v} constante. En este problema se trata la potencia desarrollada por la fuerza anterior; véase la Figura 3.

- a) Establezca la ecuación de movimiento para el sistema. Indique claramente el significado de cada término de la ecuación que escriba. Encuentre la expresión para la potencia P desarrollada por la fuerza \mathbf{F} de arrastre. De una interpretación a cada término de tal expresión.
- b) Demuestre que si la arena cae verticalmente, o si $|\mathbf{u}| = 0$, y la velocidad del sistema \mathbf{v} permanece constante, la potencia desarrollada por la fuerza \mathbf{F} es exactamente el doble de la tasa a la que la energía cinética de la arena sobre la banda se está incrementando. La pregunta que se sigue es ¿hacia dónde se va el exceso (la otra mitad) de la potencia? Algunos textos indican que la “energía perdida” es debida a las fuerzas de fricción entre la banda y la arena. Comente con respecto a lo anterior.
- c) Suponga que se inyecta arena con la misma velocidad que el sistema, y que la velocidad \mathbf{v} se mantiene constante. ¿Cuál es la potencia desarrollada por la fuerza? Interprete su resultado.