# ELECTRODINAMICA CLASICA

Dr. Héctor Aceves
Instituto de Astronomía, UNAM
aceves@astrosen.unam.mx

## Tarea # 3

1. **Plano infinito.** En un plano infinito está distribuida una densidad de carga superficial uniforme $\sigma$. Encuentre la magnitud y dirección del campo eléctrico $\mathbf{E}$ a una distancia $d$.

2. **Anillo circular.** Un anillo circular de sección recta muy pequeña contiene una carga $q$ distribuida uniformemente. Si $a$ es el radio del anillo, demuestre que el potencial electrostático en un punto sobre el eje del anillo, a una distancia $z$ de su centro, esta dado por:

$$\varphi(z) = \frac{q}{\sqrt{a^2 + z^2}} \, .$$

3. **Línea cargada.** Demuestre que el potencial electrostático, fuera del eje de simetría, debido a una carga $q$ distribuida uniformemente en una línea recta de longitud $l$ esta dado por:

$$\varphi(r, z) = \frac{q}{l} \ln \left[ \frac{z + l/2 + \sqrt{(z + l/2) + r^2}}{z - l/2 + \sqrt{(z - l/2) + r^2}} \right] \, .$$

*Ayuda:*

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \int \mathrm{d}t = \sinh^{-1} \frac{x}{r} = \ln(x + \sqrt{x^2 + r^2}) \quad \text{haciendo} \quad x = r \sinh t \, .$$

4. **Jackson 1.3**, *...2da. edición*

5. **Jackson 1.4**.

6. **Jackson 1.5**. Demuestre que la carga total es cero. [*Ayuda*: Dado que $\varphi$ no es diferenciable en $r = 0$, escribálo como la suma de un potencial para una carga puntual y la contribución de una distribución continua. Después, utilize la ecuación de Poisson.]

7. **Jackson 1.6** $(a,b,c)$

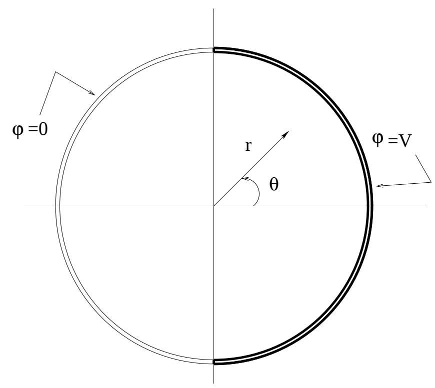


**Figura 1.** *Cilindro a dos potenciales constantes distintos,* $\varphi = 0$ *y* $\varphi = V$*.*

8. **Potencial entre dos cilindros.** Encuentre el potencial electrostático $\varphi(r, \phi)$ entre dos cilindros medios de longitud infinita, donde la parte de la "derecha" esta a un potencia $V$ y la de la izquierda a un potencial cero; véase Fig. 1. Se supone que los cilindros medios están separados por un material aislante delgado entre ellos. Exprese el potencial en la forma cerrada siguiente:

$$\varphi(r, \phi) = \frac{V}{2}\left[1 + \frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{2ar}{a^2 - r^2}\cos\phi\right)\right] , \qquad \text{dado que:}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \xi^{2n+1}\frac{\cos(2n+1)\phi}{2n+1} = \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2\xi\cos\phi}{1-\xi^2} , \qquad \xi = \frac{r}{a} \ (r < a) , \quad \xi = \frac{a}{r} \ (r > a) .$$

9. **Problema de Hassani.** Un cilindro hueco de base cuadrada, y de extensión infinita, tiene tres de sus caras a potenciales distintos y una cuarta a un potencial cero; véase Fig. 2. Este problema tiene condiciones de frontera inusuales, por lo que se debe prestar atención especial a su solución. De hecho, el problema requiere de un análisis más profundo sobre el planteamiento de la solución general a la ecuación de Laplace en coordenadas cartesianas.

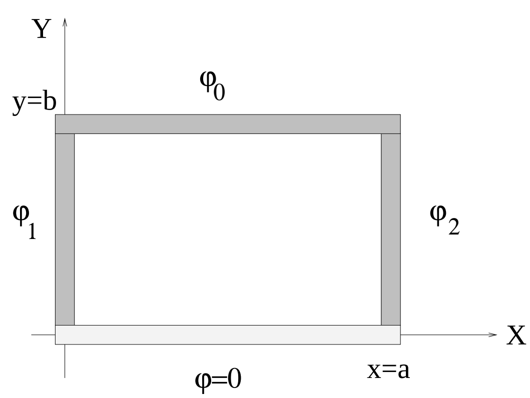


**Figura 2.** *Esquema para el problema de Hassani.*