



---

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA  
Instituto de Astronomía

**Influencia de las Desviaciones de una Expansión  
Homóloga en la Reconstrucción 3D de  
Nebulosas Planetarias Multipolares**

PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

*PRESENTA:*

**Luis Carlos Bermúdez Bustamante**

*TUTOR:*

**Dr. Wolfgang Steffen Burg**, Instituto de Astronomía - UNAM

Ensenada, B. C., Julio 2015.

---

# Agradecimientos

Quisiera mostrar mi gratitud a *México* y a la Ciudad de *Ensenada* por acogerme y tratarme con tanto respeto. Agradezco al *Instituto de Astronomía* de la *UNAM* y al programa de becas de *CONACyT* por brindarme la hermosa oportunidad de estudiar lo que más me gusta. Gracias a los investigadores del *Instituto de Astronomía* por compartir conmigo sus conocimientos y al personal administrativo por su paciencia. Estoy en deuda con mis compañeros de estudio que han hecho mi estadía muy agradable y divertida, y con mis amigos de *Colombia* que siempre me apoyaron desde la distancia.

Quisiera agradecerle en especial al Dr. *Wolfgang Steffen* por su gran ayuda durante la maestría e incluso antes, al permitirme estudiar bajo su tutela en un ambiente de igualdad y libertad.

Finalmente, les doy las gracias a mi mamá *Esderis*, a mi papá *Carlos Alberto* y a mi hermano *Alvaro Javier*; sin ellos nada de esto sería posible.

---

*A mi padre, de quien aprendí el bello arte de reír todos los días.*

---

# Resumen

Las nebulosas planetarias (PNe o PN en singular por sus siglas en inglés) son una breve etapa evolutiva (cuya duración es del orden de 20.000 años) que precede a las enanas blancas (WD) y sucede a las estrellas de la rama asintótica de las gigantes (AGB). Esta etapa es experimentada en algún momento por la mayoría de las estrellas con una masa inicial en secuencia principal (MS) entre  $0.8 M_{\odot}$  y  $8 M_{\odot}$ .

A pesar de ser un fenómeno común, su existencia requiere de una componente gaseosa de suficiente masa y densidad, rodeando una estrella central (CS por sus siglas en inglés) o núcleo lo bastante caliente para ionizar este material circunestelar. El núcleo de la PN debe alcanzar la temperatura necesaria para emitir radiación ionizante antes de que la nebulosa se expanda y se vuelva tan diluida que su brillo superficial escape a la detección de los telescopios.

El estudio del espectro de las PNe provee información invaluable sobre el enriquecimiento químico del medio interestelar (ISM) por parte de las estrellas de baja y mediana masa y sobre la cinemática de sus estrellas progenitoras, datos importantes para la teoría de evolución galáctica.

Una de las cualidades más fascinantes de las PNe es su diversidad morfológica, la cual ha llevado a los observadores a clasificarlas de acuerdo con esquemas que han variado a lo largo de un siglo. Estos esquemas comúnmente parten de la asociación de las planetarias a determinados grupos morfológicos según su desviación de la simetría esférica, en concreto refiriéndose a ellas como nebulosas elípticas, bipolares, multipolares o irregulares, según el caso. La clasificación sistemática de la morfología es un paso fundamental en la comprensión de la historia evolutiva de las PNe y su interacción con la CS, siendo de gran ayuda para establecer los factores dinámicos que las moldean y en qué proporciones.

Los esquemas basados exclusivamente en imágenes directas describen la apariencia bidi-

mensional de objetos intrínsecamente tridimensionales. Los efectos de proyección o la sensibilidad de los instrumentos con los que se obtienen estas imágenes pueden llevar a clasificaciones morfológicas erróneas o inapropiadas y en consecuencia a conclusiones equivocadas sobre el estado dinámico de las PNe.

La espectroscopía de rendija larga proporciona información cinemática a lo largo de la línea de visión, que puede utilizarse para la recuperación de la estructura tridimensional.

Al hacer estas reconstrucciones habitualmente se hace la suposición de que el vector velocidad de expansión de la nebulosa es directamente proporcional al vector posición en un sistema de coordenadas centrado en la CS. De esta manera, componentes más cercanos tendrán una velocidad menor comparada con la velocidad de aquellos más alejados [95][97]. Por tal razón también se conoce como expansión de tipo Hubble o simplemente ley de expansión homóloga.

La ventaja que supone un campo de velocidades homólogo es que el corrimiento Doppler en el espectro de rendija larga es una medida directa de la distribución espacial de las componentes nebulares a lo largo de la línea de visión, siempre que se corrija por el factor de proporcionalidad que vincula la posición y la velocidad. Esta ley de carácter lineal es libre de suposiciones sobre la simetría de la distribución de densidad.

Pese a todo, la ley homóloga sólo es válida para las PNe más evolucionadas cuyo material gaseoso ha sido expulsado balísticamente a partir de un evento de pérdida de masa relativamente corto comparado con el tiempo de expansión de la nebulosa [85]. En esos casos la masa de la nebulosa se ordena de acuerdo con la velocidad y se obtiene una expansión homóloga.

El gradiente del campo de velocidades no es constante (no hay linealidad) en las zonas impulsadas por presión térmica o en choques oblicuos [85]. En consecuencia la información cinemática se relaciona de una manera más complicada con la distribución espacial de las componentes a lo largo de la línea de visión. La interpretación de los datos cinemáticos y la reconstrucción de la estructura tridimensional a partir de ellos puede sufrir distorsiones si no se toman en cuenta las desviaciones de la expansión homóloga.

Nos enfrentamos entonces a la tarea de determinar patrones que indiquen desviaciones de la ley homóloga. Este es el primer paso en el desarrollo de un proceso más adecuado de reconstrucción tridimensional de las PNe.

Actualmente no tenemos una manera directa de comparar la información cinemática con la distribución material a lo largo de la línea de visión, por lo que se debe recurrir a modelos numéricos que nos proporcionen un punto de partida en la interpretación de los

datos observacionales. Las interpretaciones a su vez permiten mejorar los modelos, alcanzando continuamente una comprensión más profunda del sistema bajo estudio.

El presente trabajo tiene como objetivo describir las desviaciones morfológicas en los diagramas PV al compararlos con imágenes directas sintéticas de simulaciones hidrodinámicas que muestran la distribución espacial “real” del material. Estas discrepancias indicarán las regiones donde la ley homóloga no se cumple y nos brindarán indicios que puedan utilizarse para caracterizarlas e identificarlas en trabajos observacionales posteriores.

En particular se estudian simulaciones de nebulosas multipolares y las desviaciones de la expansión homóloga y los potenciales efectos sobre las reconstrucciones morfológicas tridimensionales. Se propondrán procedimientos para identificar las desviaciones de la ley homóloga y para mejorar las reconstrucciones.

Ya que estamos interesados en un análisis cualitativo general de interés teórico en lugar de una reconstrucción tridimensional para una nebulosa en particular, nos limitamos al estudio de modelos hidrodinámicos de PNe generados con el software astronómico *SHAPE*.

*SHAPE* tiene la posibilidad de generar observaciones sintéticas de modelos hidrodinámicos en diferentes orientaciones para contemplar su distribución espacial y compararlas directamente con diagramas PV.

Hemos encontrado que la ley homóloga es adecuada para identificar la naturaleza bipolar y multipolar de las PNe. Aún así, los datos cinemáticos tienen desviaciones respecto a la morfología real a lo largo de la línea de visión. Las desviaciones pueden ser vértices o contribuciones superpuestas de estructuras espacialmente separadas. Esto implica que las reconstrucciones tridimensionales basadas en datos cinemáticos sufrirán distorsiones si no se tienen en cuenta las desviaciones de la ley homóloga. Las distorsiones en la estructura tridimensional pueden llevar a interpretaciones incorrectas para la formación de las PNe multipolares.

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: En el capítulo 1 se hace una breve introducción histórica de las PNe. Para explicar el origen estelar de las nebulosas se ofrece una descripción general de la teoría de evolución de las estrellas en el capítulo 2. En el capítulo 3 incluimos una exposición cualitativa del modelo de vientos estelares interactuantes (ISW por sus siglas en inglés) de Kwok, Purton y Fitzgerald [52]. En el capítulo 4 se complementa el esquema de clasificación de las nebulosas, junto con una breve referencia a los posibles mecanismos de desviación de la simetría esférica en las PNe. En el capítulo 5 se describe el software *SHAPE* y los módulos utilizados para cumplir con el objetivo planteado en este

trabajo. En el capítulo 6 se analiza la ley homóloga de velocidad y sus implicaciones en la reconstrucción tridimensional de PNe utilizando diagramas PV. El capítulo 7 contiene la metodología elegida para este trabajo. El capítulo 8 muestra los resultados y la discusión y el capítulo 9 presenta las conclusiones.

---

# Índice general

<b>Agradecimientos</b>	<b>2</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>3</b>
<b>Resumen</b>	<b>4</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>10</b>
1.1. Reseña histórica . . . . .	10
<b>2. Evolución Estelar</b>	<b>14</b>
2.1. Evolución pre-secuencia principal . . . . .	14
2.2. Evolución en secuencia principal . . . . .	15
2.3. Evolución post-MS . . . . .	16
2.3.1. Evolución post-MS para estrellas de baja masa . . . . .	16
2.3.2. Evolución post-MS para estrellas de masa intermedia . . . . .	19
2.3.3. Fase AGB para estrellas de masa baja e intermedia . . . . .	20
2.3.4. Nebulosas planetarias . . . . .	22
<b>3. Modelos de Nebulosas Planetarias.</b>	<b>26</b>
3.1. Modelo de vientos interactuantes . . . . .	26
3.2. Ecuaciones Hidrodinámicas. . . . .	30
3.3. Modelos hidrodinámicos de PNe . . . . .	32
<b>4. Morfología de las PNe</b>	<b>35</b>
4.1. Mecanismos de desviación de la simetría esférica . . . . .	37

---

<b>5. Programa Astrofísico <i>SHAPE</i></b>	<b>40</b>
<b>6. La ley Homóloga de Velocidades</b>	<b>44</b>
<b>7. Metodología</b>	<b>53</b>
<b>8. Resultados y Discusión</b>	<b>55</b>
8.1. Nebulosa Bipolar con Lóbulos Secundarios . . . . .	56
8.2. Nebulosa Planetaria Multipolar . . . . .	66
<b>9. Conclusiones</b>	<b>72</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>75</b>

---

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Reseña histórica

Las nebulosas planetarias (PN o en plural PNe) fueron descubiertas por Charles Messier al observar la nebulosa *Dumbbell* en 1764 e incluirla años más tarde en su catálogo con el nombre M 27.

El primer paso en la comprensión de la naturaleza de estos objetos fué dado por William Herschel, quién concluyó que estos discos cuya apariencia se asemejaba a la de los planetas Urano y Neptuno, eran cascarones gaseosos huecos, de ahí el nombre de “Nebulosas Planetarias” [89].

Herschel también fué la primera persona en establecer la conexión entre las estrellas y las PNe al darse cuenta de la increíble precisión con la cual una estrella estaba ubicada en el centro de la nebulosa NGC 1514 [30]. Una posterior confirmación del vínculo entre estrellas y nebulosas vino del descubrimiento de la estrella central en M 57 por parte de Friedrich von Hahn en 1800 [88].

Las nebulosas planetarias han sido extensamente estudiadas desde la primera observación espectroscópica hecha por Huggins en 1864 a la nebulosa NGC 6543 en la constelación de Draco.

Huggins encontró que el espectro de estos objetos mostraba sólo unas cuantas líneas brillantes en las regiones verdes; asimismo, pudo identificar una de estas líneas debida al hidrógeno, pero las otras permanecieron sin identificar. Con esto quedaba claro, con base en las leyes espectroscópicas enunciadas por Kirchoff y Bunsen, que una PN está compuesta

de gas luminoso a bajas presiones en lugar de ser una estrella no resuelta, confirmando la hipótesis de Herschel [27].

Espectros de otras nebulosas fueron registrados, la mayoría mostrando las mismas líneas verdes misteriosas medidas a 495.89 nm y 500.68 nm. Sin éxito en ajustar estas líneas a algún elemento químico conocido en la Tierra, los astrónomos se refirieron a esta sustancia como “Nebulio”. Sin embargo, no había lugar en la tabla periódica de Mendeléyev para este elemento de bajo peso atómico. Habría que esperar 60 años para que Bowen en 1928 [7] dilucidara el misterio demostrando que las líneas verdes eran de hecho líneas prohibidas del oxígeno doblemente ionizado [O III].

Debido a la baja densidad del gas en la nebulosa, los átomos en un estado excitado que normalmente decaerían rápidamente por colisiones atómicas, pueden encontrarse atados al nivel superior. En esta inusual circunstancia, el decaimiento radiativo al estado base puede tener lugar y dar origen a las líneas prohibidas. Bowen encontró así que ocho de las líneas nebulares más fuertes eran debidas a saltos electrónicos desde estados meta-estables del [N II], [O II] y [O III].

Las PNe son parte del conjunto de cuerpos celestes conocidos como objetos nebulares, del que también son parte las nebulosas difusas como las nebulosas de reflexión, regiones HII y remanentes de supernova. Las primeras pueden distinguirse al compararlas con estas últimas por su pequeño tamaño, por su estructura y sus bordes bien definidos [17].

Durante los siglos *XVIII* y *XIX* la baja resolución de los telescopios no permitió discernir en detalle la estructura de las galaxias, razón por la cual fueron conocidas como “nebulosas espirales”. A pesar de esto, las PNe pueden distinguirse de las galaxias espirales por su distribución en el cielo y por su espectro.

Considerando la disposición de las PNe respecto a su tamaño aparente, nos encontramos con una característica atractiva: las más pequeñas tienden a agruparse cerca del plano de la vía láctea, mientras las más grandes tienen una distribución uniforme sobre el cielo, como es de esperar suponiendo que son las más cercanas a nosotros.

Esta propiedad llevó a Curtis en 1917 [16] a concluir que las PNe son fenómenos galácticos, pues es exactamente esta distribución la que se esperaría observar desde la Tierra si todas las nebulosas estuvieran distribuidas al azar en el plano de nuestra galaxia.

El descubrimiento en 1910 de que la velocidad radial de las estrellas incrementa en general con el avance en su clase espectral [11] llevó al interés de observar las nebulosas planetarias y

las nebulosas difusas en un afán de comparar sus velocidades radiales con las de las estrellas y establecer relaciones entre ellas (en particular, para comprobar la hipótesis de la evolución de las estrellas a partir de las nebulosas)

Sin embargo, las observaciones hechas en 1918 por Curtis [17] revelaron que en promedio la velocidad radial de las planetarias era varias veces mayor que la de las estrellas de clase B, asemejándose en este aspecto a las estrellas tardías de clase M.

Esto, unido a la opinión general aceptada por aquel entonces de la evolución de las estrellas de mayor a menor temperatura, suponía un problema ya que en ese tiempo se pensaba que las PNe eran fases previas a la formación estelar, idea apoyada por las investigaciones de Wright [98] y Hubble [33], las cuales establecían el tipo espectral O y Oe a las estrellas asociadas a las nebulosas planetarias.

En una serie de observaciones hechas en el Observatorio de Lick por Campbell y Moore [12] se descubrió que las líneas más brillantes en el espectro de las PNe esféricas tenían forma de elipse. Es decir, si se coloca una rendija de modo que cruce diametralmente la nebulosa, en la parte central las líneas se dividen en 2, para luego acercarse lentamente entre sí conforme nos alejamos del centro y unirse donde los bordes de la imagen cruzan la rendija (figura 1.1).

Estas observaciones fueron interpretadas como prueba de que el gas de las PNe son cascarones gaseosos en expansión [100]. El material nebuloso en el lado más próximo al observador estaría acercándose a él y aquel material nebuloso en el lado contrario estaría alejándose [67].

De esta forma, por efecto Doppler la longitud de onda de la luz emitida por el material que se acerca y el que se aleja estaría desplazada hacia el azul y el rojo, respectivamente. Hacia los bordes las componentes radiales de la velocidad van disminuyendo hasta llegar a ser cero. Aceptando esta explicación queda establecida la expansión de las PNe.

Otro importante hecho que surgió de las observaciones de W. H. Wright en el Observatorio de Lick era que las imágenes dadas por las diferentes emisiones monocromáticas no eran todas del mismo tamaño. En general parecía que las planetarias estaban estratificadas a un cierto grado, la luz del material con mayor nivel de excitación mostraba imágenes algo más pequeñas en promedio que la luz del material que requería una excitación más baja [96] [13].

De aquí se hizo evidente que la fuente de excitación debía provenir de la estrella central. Aunque esta idea había sido considerada por Herschel, no fue tomada seriamente sino hasta que en 1922 Hubble [34] estableció una relación matemática entre el diámetro angular de las nebulosas y la magnitud aparente de sus estrellas asociadas.

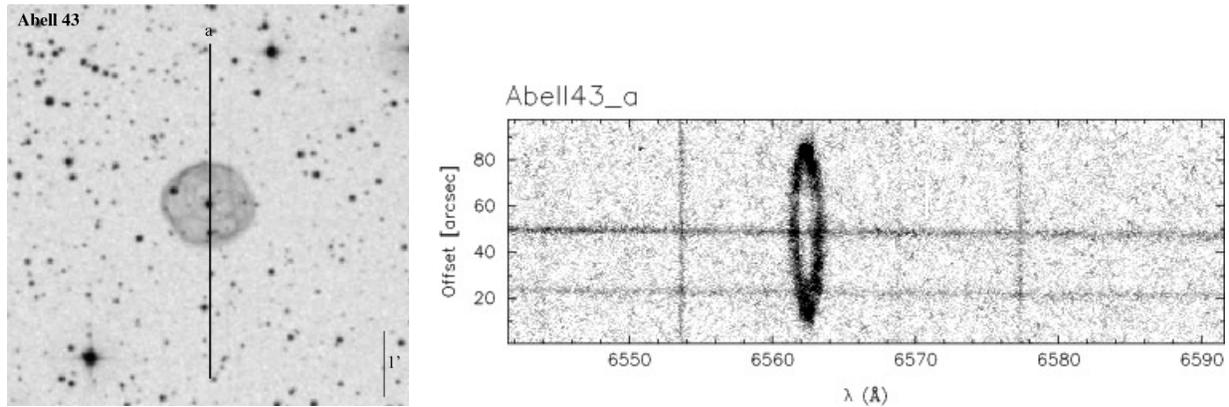


Figura 1.1: Imagen directa y perfil de línea en  $H\alpha$  de la nebulosa Abell 43 (A43). Adaptado del catálogo cinemático de PNe galácticas de San Pedro Mártir. <http://kincatpn.astrosen.unam.mx>

En 1927 Zanstra [99] llegó a un tratamiento cuantitativo del espectro de emisión producido en la nebulosa, partiendo de la relación cuantitativa que existe entre las características de la nebulosa y la luminosidad de la estrella encontrada por Hubble. La idea se basa en el hecho de que en las nebulosas el hidrógeno es por mucho el elemento más abundante, su fotoionización es el principal mecanismo de inyección de energía por parte de la estrella y su recombinación es la más activa en la luminosidad de la nebulosa.

Asumiendo que la estrella emite radiación como un cuerpo negro y que la nebulosa está compuesta en su mayoría por hidrógeno atómico, la radiación ultravioleta más allá de la serie de Lyman es completamente absorbida por la planetaria, causando la ionización del hidrógeno nebuloso en protones y electrones libres. En este sentido, una PN es una esfera de ionización (esfera de Strömgen). La subsecuente recombinación de electrones y protones causa la reemisión por parte de la nebulosa de un espectro consistente en líneas y un continuo más allá de la serie de Balmer.

Su método para calcular el número de fotones ionizantes y así la temperatura de la estrella es aún usado en la actualidad.

---

# Capítulo 2

## Evolución Estelar

Se hace una breve exposición de la teoría de evolución estelar con el fin de comprender la relación de las nebulosas planetarias con sus estrellas centrales. Este capítulo se basa en los trabajos de Danehkar ([19], cap. 1), Kippenhahn et al. ([46], cap. 5, 6 y 7), Prialnik ([69], cap. 9), Habing y Oloffson ([28], cap. 2), Iben y Renzini [39], Marigo [55] y Herwig [31].

### 2.1. Evolución pre-secuencia principal

Las estrellas nacen de nubes moleculares interestelares cuyas masas pueden ser de hasta un millón de masas solares. Antes de que el proceso de formación estelar comience la nube se encuentra en equilibrio mecánico y térmico, es decir, hay un balance entre la fuerza gravitacional y la presión térmica junto con la fuerza magnética.

Ya sea por agentes externos como la explosión de una supernova cercana que comprima la nube molecular o por agentes internos como el debilitamiento del campo magnético, en algún punto la fuerza gravitacional supera las otras fuerzas y la nube empieza a colapsar isotérmicamente. La temperatura se mantiene por debajo de los 100 K debido a que el exceso de energía es radiado y escapa de la nube sin ser absorbido por ella (la nube es ópticamente delgada a la radiación). Cuando la nube en colapso es suficientemente densa se vuelve opaca y la radiación ya no puede escapar, el colapso cambia de ser isotérmico a ser adiabático y la temperatura comienza a crecer hasta que la presión interna iguala a la fuerza gravitacional y se obtiene un estado de equilibrio. Sin embargo, la nube no es perfectamente opaca y parte de la radiación logra escapar de la superficie tiempo después; en consecuencia se

tiene un colapso cuasi-estático que calienta lentamente la proto-estrella. Este proceso termina cuando el centro de la proto-estrella alcanza temperaturas lo suficientemente altas para iniciar reacciones nucleares.

## 2.2. Evolución en secuencia principal

Después de un corto período en el que la estrella fusiona deuterio y litio, se dice que ha empezado la secuencia principal (MS). Las estrellas pasan la mayor parte de su vida en la MS, siendo el lapso dependiente directamente de la masa inicial: conforme aumenta la masa, el tiempo de vida disminuye ([19], pag 5).

En esta etapa las estrellas fusionan hidrógeno para convertirlo en helio a través de la cadena p-p para las estrellas de baja masa y a través del ciclo CNO para las estrellas de masa intermedia [9].

Por definición, una estrella de baja masa es aquella que desarrolla un núcleo de helio degenerado después de agotar el hidrógeno central. Este tipo de estrellas tienen una masa menor a  $2 M_{\odot}$ . La masa de estas estrellas es insuficiente para producir una temperatura central lo suficientemente alta para iniciar el ciclo CNO, de modo que la fuente primaria de energía es la cadena p-p.

La dependencia relativamente baja en la temperatura de la cadena p-p implica que la generación de energía está menos concentrada en el centro en comparación al ciclo CNO. Esto y la modesta temperatura central implican que un gradiente de temperatura menor al gradiente adiabático es suficiente para transportar la energía producto de la cadena p-p. Por esta razón las estrellas desarrollan un núcleo radiativo. Sin embargo, el gradiente de temperatura no está tan alejado del gradiente adiabático, por lo que las condiciones para la inestabilidad convectiva se desarrollan en las regiones más externas de estas estrellas resultando en la formación de una envoltura convectiva. En la superficie las condiciones se invierten y la energía deja a la estrella por radiación.

Por masa intermedia se da a entender estrellas las cuales son suficientemente masivas de tal forma que no desarrollan un núcleo degenerado sino hasta después de haber agotado el helio en sus centros. Operacionalmente esto significa estrellas con una masa inicial en secuencia principal entre  $2-8 M_{\odot}$  [21]. Estos límites son dependientes de la metalicidad de la estrella [38].

La estructura de una estrella cambia como consecuencia del cambio en la composición química debido a las reacciones nucleares. El número de partículas libres por unidad de volumen en un gas de hidrógeno puro es mayor que en un gas de helio puro. Como la presión es proporcional al número de partículas por unidad de volumen, ésta disminuye a medida que el hidrógeno es transformado en helio. Este descenso en la presión trae como consecuencia la contracción del núcleo de la estrella junto con el correspondiente aumento de densidad, temperatura y luminosidad.

Ya que la fusión nuclear es más eficiente en el centro donde la temperatura es más alta, el agotamiento de hidrógeno sucede más rápido en el centro. El resultado es un núcleo de helio en constante crecimiento (en masa). El continuo aumento en la temperatura central resultado de la contracción gravitacional favorece que las capas de hidrógeno que rodean al núcleo puedan generar la suficiente energía para reponer las pérdidas radiativas en la superficie.

Resumiendo, mientras el núcleo se contrae, la fusión de hidrógeno se traslada a una cáscara que lo rodea. A partir de aquí se dice que la estrella ha abandonado la MS.

## 2.3. Evolución post-MS

La evolución de las partes más internas de una estrella depende fundamentalmente de 2 factores: si durante las primeras etapas de evolución la principal fuente de opacidad dentro de la estrella es por dispersión de electrones o por transiciones libre-libre y si el principal proceso de generación de energía es la cadena p-p o el ciclo CNO [32].

Sin entrar en detalles en cuanto a la fuente de opacidad, se describe por separado la evolución post-MS para estrellas de baja masa y para estrellas de masa intermedia.

### 2.3.1. Evolución post-MS para estrellas de baja masa

A medida que las capas de hidrógeno que rodean al núcleo elevan su temperatura, el ciclo CNO se vuelve más importante relativo a la cadena p-p y la luminosidad aumenta. Debido a la fuerte dependencia del ciclo CNO con la temperatura ( $\approx T^{18}$ ), la generación de energía está concentrada en una región delgada cerca del borde del núcleo de helio (conocida como la cáscara de fusión de hidrógeno).

Las altas temperaturas y presiones son necesarias para que el núcleo de helio esté en equilibrio hidrostático; sin embargo, para la envoltura de hidrógeno representa un exceso de

presión que la obliga a expandirse hasta encontrar un balance de fuerzas.

La cáscara de fusión de hidrógeno no se ve alterada por esta rápida expansión y su temperatura es controlada por la contracción del núcleo, es decir, la luminosidad aumenta a un ritmo mucho más lento que la expansión de la envoltura. Esto trae como consecuencia la disminución en la temperatura efectiva y la estrella se mueve hacia la derecha en el diagrama H-R (figura 2.1) en su camino hacia la rama de las gigantes rojas (RGB).

A medida que la temperatura superficial de la estrella decrece como consecuencia de la expansión, la opacidad aumenta y la necesidad de transferir un flujo energético mayor causa que la envoltura se vuelva convectiva. Si la temperatura superficial disminuye a valores menores a 5,000 K, la zona de convección alcanza las capas con material nuclear procesado que están justo por encima de la cáscara de fusión de hidrógeno y trae ese material a la superficie donde puede ser observado espectroscópicamente, un fenómeno conocido como “dragado” (dredge-up en inglés).

El dragado incrementa la abundancia superficial de  $^4\text{He}$ ,  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$ , pero decrece  $^{12}\text{C}$  debido a la conversión a  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  [24]. La abundancia superficial de  $^4\text{He}$  se incrementa conforme el hidrógeno se agota por el ciclo CNO.

Eventualmente la luminosidad se incrementa tanto que la estrella llega al tope de la fase RGB en el diagrama H-R (figura 2.1). En este punto el núcleo de helio se ha contraído a un nivel en el que los electrones se vuelven degenerados. Esto significa que la presión es debida a la presión degenerada de los electrones y es independiente de la temperatura.

Conforme más material sigue cayendo al núcleo su temperatura se eleva y al superar los  $10^8$  K comienza la reacción triple alfa, que combina tres átomos de  $^4\text{He}$  para formar uno de  $^{12}\text{C}$ .

Sin embargo, ya que la presión degenerada domina la presión térmica, la presión total sólo depende débilmente de la temperatura. Así, el dramático aumento en la temperatura por el proceso triple alfa sólo causa un ligero incremento en la presión, por lo que no hay expansión del núcleo que ayude a enfriar y estabilizar la reacción, de modo que la fusión ocurre sin control, lo que se conoce como el flash de helio (“core helium flash”).

Con el paso del tiempo, la temperatura sube al punto en que la presión térmica de nuevo se vuelve dominante, eliminando la degeneración. El núcleo puede expandirse y enfriarse y continuar una fusión estable de helio.

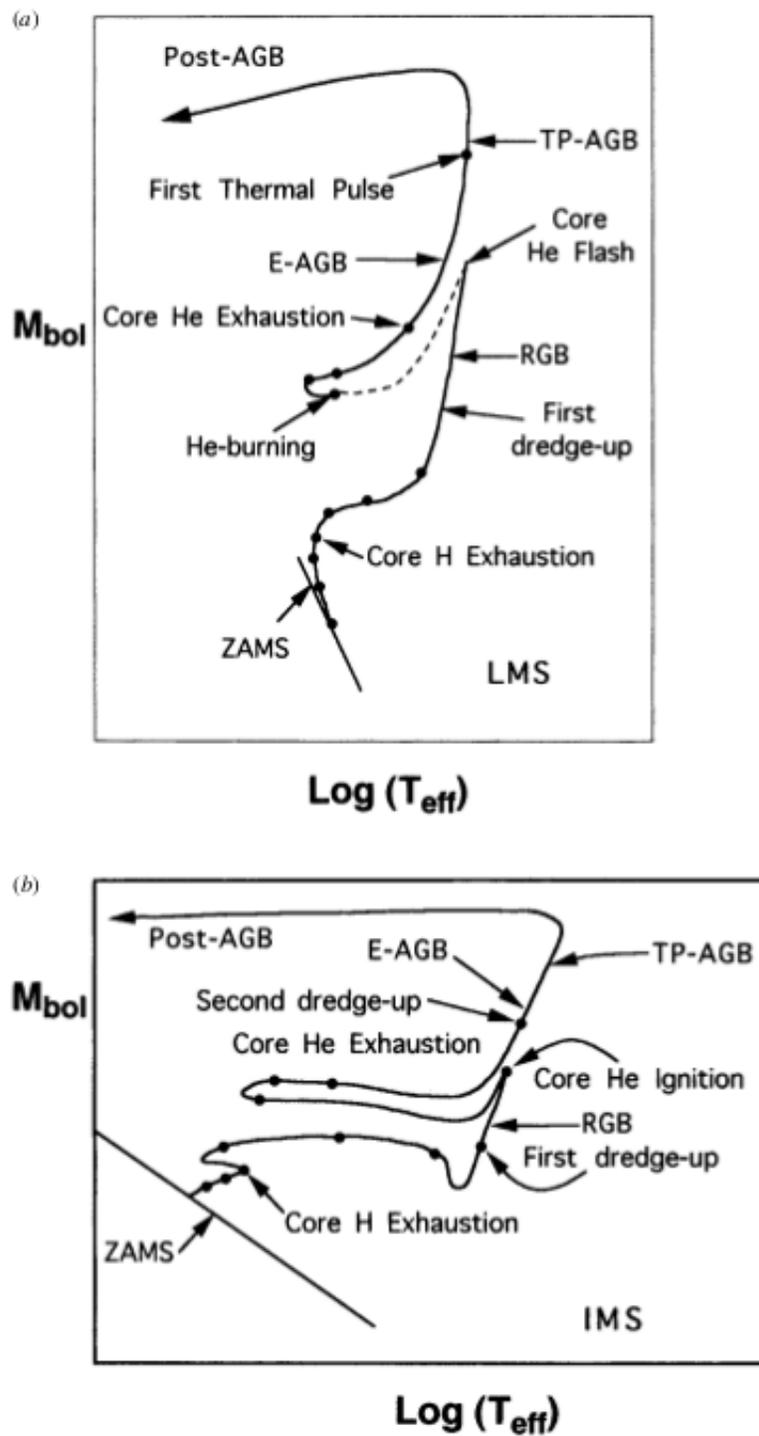


Figura 2.1: Evolución en el diagrama H-R para una estrella (a) de 1  $M_{\odot}$  y (b) de 5  $M_{\odot}$ . Adaptado de [8].

El resultado es que la cáscara de fusión de hidrógeno se expande y tiene menor densidad y temperatura y genera menos energía; en consecuencia, la envoltente se contrae y la temperatura superficial aumenta, al tiempo que la luminosidad disminuye.

Una estrella con masa superior a  $2 M_{\odot}$  empieza a fusionar helio sin que su núcleo se degenera y no exhibe el flash de helio. En una estrella con masa  $<0.5 M_{\odot}$  el núcleo nunca alcanza la temperatura suficiente para fusionar helio. En su lugar, la estrella agota el hidrógeno disponible y empieza a contraerse ya que la tasa de fusión decrece. Una vez que consuma todo el hidrógeno se convertirá en una enana blanca (WD) de helio.

Ya que el proceso triple alfa es aún más dependiente de la temperatura que el ciclo CNO ( $\approx T^{30}$ ), la generación de energía está aún más concentrada en las regiones centrales, no siendo la única fuente de energía, ya que la cáscara de fusión de hidrógeno continúa activa. El núcleo de la estrella pronto se enriquece con carbono y la fusión de helio se traslada a una cáscara. En este proceso la cáscara de fusión de hidrógeno se mueve hacia afuera, acercándose a la superficie y ocasionando que la envoltente se expanda de nuevo y se enfríe pero que se vuelva más luminosa por la convección.

De este modo la estrella se mueve por la rama asintótica de la gigantes (AGB). La estructura de la estrella podría describirse de la siguiente forma: un núcleo de oxígeno-carbono rodeado por una cáscara de fusión de helio, rodeada a su vez por una cáscara de fusión de hidrógeno y, finalmente, una envoltente convectiva de hidrógeno. En las estrellas de masa intermedia ( $>4 M_{\odot}$ ) mientras la fusión de helio termina en el núcleo, la expansión extingue la cáscara de hidrógeno y toma lugar un enriquecimiento por un segundo dragado.

### 2.3.2. Evolución post-MS para estrellas de masa intermedia

Al igual que las estrellas de baja masa, la evolución para estas estrellas de masa intermedia es dictada por la fusión de hidrógeno en helio. Sin embargo, como el ciclo CNO es el mecanismo de generación de energía, hay un gradiente de temperatura más alto y esto genera un núcleo convectivo homogéneo.

Las estrellas de masa intermedia también desarrollan una cáscara de fusión de hidrógeno que aumenta su temperatura por la contracción del núcleo y hace que la envoltente se expanda. La temperatura efectiva disminuye y la estrella se mueve a la región RGB en el diagrama H-R (figure 2.1). De nuevo la zona de convección de hidrógeno se mueve a capas más profundas y lleva a la superficie materiales provenientes del núcleo convectivo. En estas estrellas

el núcleo no contiene electrones degenerados y la fusión del helio en carbono por el proceso triple alfa ocurre de forma controlada, de manera que el núcleo y la cáscara de fusión de hidrógeno pueden expandirse y el incremento en la luminosidad no es tan alto como en las estrellas de baja masa. El descenso de la temperatura en la base de la envoltura hace que ésta se contraiga y suba la temperatura efectiva. En esta etapa la estrella se mueve hacia el azul en el diagrama H-R.

Posteriormente, el núcleo de carbono se contrae y se calienta, expandiendo de nuevo la envoltura y llevando a la estrella a la región AGB.

Las estrellas masivas requieren menos tiempo para alcanzar altas temperaturas en comparación a las menos masivas, por eso la duración de la fase RGB depende de la masa inicial.

### 2.3.3. Fase AGB para estrellas de masa baja e intermedia

La fase AGB es la última fase de fusión nuclear que experimentan todas las estrellas con una masa inferior a  $8 M_{\odot}$  [31]. El hidrógeno y el helio se consumen alternadamente en cascadas delgadas que rodean un núcleo inerte degenerado de carbono y oxígeno (C/O). Esta fase consiste de 2 etapas: AGB temprana (E-AGB) y AGB pulsante (TP-AGB).

Al comienzo de la AGB temprana, ocurre un segundo dragado en estrellas de masa intermedia que transfiere los productos de la fusión del hidrógeno, principalmente helio y nitrógeno, a la superficie. En consecuencia,  $^4\text{He}$ ,  $^{13}\text{C}$  y  $^{14}\text{N}$  son dragados hacia la superficie, mientras las abundancias superficiales de  $^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}$  decrecen. Además, la envoltura convectiva de hidrógeno se mueve hacia adentro en las estrellas de baja masa ( $<4 M_{\odot}$ ), pero el segundo dragado no ocurre ya que la cáscara de fusión de hidrógeno no se desvanece.

Siguiendo la fase AGB temprana, la cáscara de fusión de helio se vuelve térmicamente inestable, de modo que pulsos térmicos (TPs) tienen lugar recurrentemente [79] [36] [4]. A partir de aquí empieza la llamada fase AGB térmicamente pulsante (TP-AGB). Estos pulsos térmicos, los cuales ocurren en estrellas de masa baja e intermedia, son consecuencia de la delgadez de la cáscara de fusión de helio. Esta etapa causa una serie de episodios de mezclado y fusión nuclear.

La fase TP-AGB lleva al desarrollo de dos cáscaras de fusión alrededor del núcleo de C/O y la envoltura convectiva. Se desarrolla una zona de convección entre la cáscara de fusión de helio y la de hidrógeno. Los productos de la fusión de helio,  $^{12}\text{C}$  y  $^{16}\text{O}$ , se mezclan por toda su cáscara.

En la fase TP-AGB las estrellas con masas iniciales  $<4 M_{\odot}$  experimentan un episodio repetitivo referido como el tercer dragado, el cual lleva material rico en carbono de las cáscaras y elementos del proceso  $s$  a la envoltente y luego a la superficie. Los elementos del proceso  $s$  son producidos por la captura lenta de neutrones por elementos del grupo del hierro. Así, el tercer dragado es responsable de la sobreabundancia de carbono y elementos del proceso  $s$  en la superficie. Esto puede suceder varias veces, enriqueciendo la superficie estelar. Las estrellas con masas mayores a  $4 M_{\odot}$  experimentan un fenómeno llamado el “quemado interior caliente” (HBB-Hot Bottom Burning), el cual convierte  $^{12}\text{C}$  en  $^{13}\text{C}$  y luego en  $^{14}\text{N}$  por el ciclo CNO [36] [77]. La masa inicial requerida para que una estrella experimente el HBB depende de la metalicidad [43]. Este proceso físico ocurre en la base de la envoltente convectiva, la cual produce un estrato delgado caliente ( $5-8 \times 10^7$  K) que mantiene la nucleosíntesis por captura de protones. El HBB previene que la superficie estelar se enriquezca con carbono mientras el tercer dragado también está operando [6]. La abundancia de litio ( $^7\text{Li}$ ) se incrementa por el mecanismo Cameron-Fowler [10] [35] [75], y la de aluminio ( $^{26}\text{Al}$ ) por el ciclo Mg-Al [58].

Si la temperatura es suficientemente alta,  $^{16}\text{O}$  se destruye para producir  $^{14}\text{N}$  por el ciclo ON. Durante el evento HBB, la estrella también puede experimentar pérdida de masa, lo que tiene efectos importantes en la evolución de las estrellas AGB.

El proceso  $s$  es la captura lenta de neutrones por núcleos en condiciones de adecuada baja densidad neutrónica, así los elementos tienen suficiente tiempo para decaer antes de que otro neutrón sea capturado, llevando a la producción de isótopos ricos en neutrones. Sólo pasa en estrellas AGB de baja masa ( $<4 M_{\odot}$ ), el cual produce la mitad de todos los elementos más pesados que el hierro tales como estroncio, así como algunos elementos más ligeros. Después de un flash en la cáscara de helio, el mezclado parcial en las cáscaras internas produce una bolsa que contiene tanto  $^{13}\text{C}$  como protones y produce una baja densidad neutrónica ( $\log N_n \simeq 7 \text{ cm}^{-3}$ ).

En las altas temperaturas del flash de la cáscara de helio, toma lugar la reacción  $^{22}\text{Ne}-^{25}\text{Mg}$  y produce una alta densidad neutrónica ( $\log N_n \simeq 9 - 10 \text{ cm}^{-3}$ ). Estas dos condiciones se involucran en el proceso  $s$  de estrellas de baja masa. El tercer dragado lleva los elementos del proceso  $s$  a la superficie de la estrella [19].

Durante la fase AGB, la estrella tiene una pérdida de masa estable con una tasa típica de  $\sim 10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$  y un viento lento con una velocidad de  $\sim 10 \text{ km/s}$ . En la última etapa AGB, la estrella sufre muchos episodios de pérdida de masa con una tasa típica de  $\sim 10^{-3}$

$M_{\odot}/\text{yr}$ , la llamada fase de superviento [78]. Esto resulta en el desprendimiento de la mayoría de la envoltura de la estrella durante unos pocos pulsos, y se forma una estrella post-AGB (también conocida como proto-nebulosa planetaria o PPN).

La evidencia observacional muestra convincentemente este hecho. Por ejemplo, si todas las estrellas con una masa inicial entre  $1.4\text{--}8 M_{\odot}$  permanecieran como AGB lo suficiente para que el núcleo de C/O creciera hasta el límite de Chandrasekhar de  $1.4 M_{\odot}$ , la tasa de supernovas en galaxias similares a la nuestra sería 20 veces mayor a la observada [37].

De esto se puede inferir que las estrellas con una masa inferior a  $8 M_{\odot}$  deben perder de alguna manera toda su envoltura rica en hidrógeno antes de que el núcleo sobrepase el límite de  $1.4 M_{\odot}$ .

Las propiedades de las nebulosas, como su distribución en la galaxia y su cinemática, aportan evidencia observacional de que la pérdida de masa ocurre al término de la fase AGB. Como resultado, las partes internas de la estrella central quedan expuestas. El viento estelar es impulsado por la presión de radiación, la cual depende de la temperatura estelar. Por tanto, altas temperaturas estelares producen altas presiones de radiación que causan que la envoltura de la estrella AGB se expulse a medida que la estrella deja la fase AGB.

La radiación UV emitida por la estrella caliente ioniza la envoltura eyectada de la estrella AGB y una PN emerge del material circunestelar ionizado.

### 2.3.4. Nebulosas planetarias

Las nebulosas planetarias son una breve etapa evolutiva con una duración de  $\sim 20,000$  años [76] [56], que precede a las enanas blancas y sucede a la fase AGB de las estrellas cuya masa inicial en secuencia principal se ubica entre  $0.8 M_{\odot}$  y  $8.0 M_{\odot}$  [51] [47] [64].

Las progenitoras de las PNe son estrellas viejas que ya salieron de la secuencia principal. Este hecho es apoyado observacionalmente por la similitud en la distribución en la Galaxia y la cinemática entre estos dos tipos de objetos.

La idea de que las PN se originan de las gigantes rojas (RG) fue planteada originalmente por Shklovsky en 1956 [80], sus argumentos se basan al seguir hacia atrás en el tiempo la evolución de un cascarón nebuloso y reconocer que en una época temprana su estructura física debió asemejarse a la envoltura de una (RG) muy distendida; además, enfatiza que las velocidades de expansión son muy bajas en comparación con las velocidades de escape de cualquier estrella en secuencia principal o gigante azul, y que es muy improbable que algún

proceso responsable de expulsar un cascarón exterior de una estrella provea sólo un poco más de energía que la necesaria para escapar. En cambio, las velocidades de expansión son comparables a las velocidades de escape de las supergigantes rojas más extendidas [60], [23]. Este punto de vista fue apoyado y analizado en mayor detalle por Abell y Goldreich en 1966 [1], quienes propusieron que las PNe son atmósferas expulsadas por las RG.

Krishna Swamy y Stecher propusieron en 1969 [48] que una PN resulta de la lenta pérdida de masa debido a presión de radiación en los granos de la atmósfera de una RG. La ventaja de este modelo implica que la pérdida de masa es controlada por la atmósfera en lugar de procesos interiores, como inestabilidades dinámicas por pulsaciones, según lo sugerido por Paczynski y Ziolkowski [62], [63].

Sin embargo, este modelo simple tiene dificultades, ya que la velocidad de expansión de las PNe es mayor que el viento estelar de las estrellas AGB, las densidades de las PNe son mayores que las densidades de las envolventes AGB y muchas PNe tienen estructuras bien definidas y con bordes claros, mientras las envolventes circunestelares de las AGB tienen estructuras suaves y difusas ([50], pág. 125). Se necesita un mecanismo adicional que acelere, comprima y le dé forma a la envolvente AGB y la transforme en una PN [49].

De hecho, la solución a estos problemas fue encontrada en el modelo de vientos estelares interactuantes (ISW) de Kwok et al. en 1978 [52]. Ellos sugieren que el fenómeno de las nebulosas planetarias no representa una eyección separada de materia, sino que es el resultado de un reajuste de material eyectado sobre un largo periodo de tiempo. Asumiendo que la pérdida de masa de la estrella AGB pueda continuar hasta que la mayoría de la envolvente de hidrógeno ha sido agotada y el núcleo expuesto, la fusión nuclear gradualmente removerá la delgada envolvente de hidrógeno remanente y la estrella evolucionará hacia el azul. Cuando la estrella central es suficientemente caliente, una nueva etapa de pérdida de masa es iniciada bajo el mecanismo de presión de radiación en líneas de resonancia. Ya que el radio de la estrella es ahora mucho más pequeño que cuando estaba en la AGB, la velocidad terminal del viento (relacionada con la velocidad de escape) es más alta. Este nuevo viento de alta velocidad chocará en la remanente del viento AGB y lo barrerá creando una cáscara de alta densidad. Ya que la cáscara barrida es comprimida a ambos lados por presión dinámica, desarrollará una estructura definida y delgada.

En vista del hecho de que una PNe se expande alejándose de la estrella central, sus dimensiones lineales crecen con el tiempo, por lo que la edad dinámica de una nebulosa

está vinculada con su tamaño angular. Harman y Seaton [29] descubrieron que la temperatura efectiva de la estrella central es mayor para las nebulosas con mayores dimensiones, mientras su luminosidad permanece casi constante. De manera que la ubicación de las PNe en el diagrama H-R puede interpretarse como una secuencia evolutiva que va de derecha a izquierda [59]. Una vez que la estrella alcanza los 100,000 K su luminosidad decrece y entra en la región de las enanas blancas.

El tiempo de vida de las PNe (su periodo de detectabilidad) depende crucialmente de dos factores: 1) la escala de tiempo evolutivo de la CS (el tiempo que le toma convertirse y mantenerse como emisor eficiente de fotones ionizantes) y 2) la escala de tiempo dinámico de la eyección circunestelar (incluyendo la duración del evento de eyección al final de la fase AGB y el tiempo que le toma a la nebulosa ampliar su distancia de la CS)

Es claro que la detectabilidad de la PN requiere una sincronización adecuada entre las dos escalas de tiempo. Si la CS evoluciona muy rápido, el brillo de la nebulosa ionizada corresponderá a un evento de corta duración que tiene una baja probabilidad de detección. Por el contrario, si la CS evoluciona muy lento comenzaría a ionizar la nebulosa cuando ésta ya se haya dispersado a un radio muy grande para ser detectada. Se comprende que sólo cuando estas dos escalas de tiempo son comparables, tenemos una probabilidad máxima de detectar la PN.

Es un hecho que ni la escala de tiempo de evolución estelar ni la escala de tiempo dinámico son funciones simples predecibles de los parámetros involucrados. Aunque todos los modelos estelares post-AGB indican que, en general, la velocidad de evolución en el diagrama H-R decrece con la masa estelar final, otros factores juegan papeles apreciables. Estos factores pueden ser la historia estelar pasada, la fase del ciclo pulsante que marca la terminación de la AGB, la eficiencia del viento rápido y la composición química de la envolvente [91] [5].

Esta complejidad se traduce en grandes incertidumbres que afectan en particular al así llamado tiempo de transición (que determina el inicio de la fase de foto-ionización) y el tiempo de desvanecimiento (que determina el fin del tiempo de vida de la PN)

La escala de tiempo dinámico de la nebulosa también es determinada por muchos factores que incluyen: 1) las propiedades (tasa de pérdida de masa y velocidad terminal) del viento lento de la AGB y del viento rápido de la post-AGB, 2) sus interacciones dinámicas que producen choques en el gas y los procesos de enfriamiento/calentamiento relacionados y 3) el efecto debido a la ionización el cual tiende a expandir y acelerar la nebulosa como

consecuencia de la creciente presión térmica.

En este capítulo se hizo una revisión de la teoría de la evolución estelar y se estableció que las PNe son el vínculo evolutivo entre las estrellas AGB y las enanas blancas. En el siguiente capítulo se describe cualitativamente el modelo de formación de las PNe a partir de las estrellas AGB.

---

# Capítulo 3

## Modelos de Nebulosas Planetarias.

### 3.1. Modelo de vientos interactuantes

En el capítulo 2 se describe la teoría de evolución estelar. La teoría plantea que las estrellas centrales de las PNe suceden a las estrellas AGB y preceden a las enanas blancas (WD). En este capítulo se explica la formación de una PN con el modelo de vientos estelares interactuantes (ISW por sus siglas en inglés). Se describen las generalizaciones al modelo para explicar la formación de nebulosas bipolares y multipolares.

Las PNe se forman como resultado de la interacción de la envoltente expulsada por la estrella progenitora con un viento estelar posterior menos denso y más rápido. Este esquema se conoce como el modelo ISW planteado por Kwok, Purton y Fitzgerald [52].

Una gigante roja (RG) pierde masa en forma de viento estelar. El viento crea una envoltente formada de las capas externas expulsadas de la estrella. Luego de un tiempo, su núcleo genera un viento estelar más rápido y menos denso. Este viento alcanza el borde interno de la envoltente, lo empuja y lo comprime en una cáscara. La cáscara se mueve supersónicamente dentro de la envoltente. Esto genera dos ondas de choque. Una localizada en el borde externo de la cáscara (choque externo) y otra al interior de la región de encuentro de los dos vientos (choque interno o reverso). Cuando el viento rápido pasa por el choque reverso se calienta hasta temperaturas del orden de  $10^5$  a  $10^7$  K. El gas chocado genera una burbuja caliente que empuja la cáscara por presión térmica. El gas caliente se separa de la envoltente comprimida por una discontinuidad de contacto que no permite la transferencia de material porque la presión es la misma a ambos lados [93].

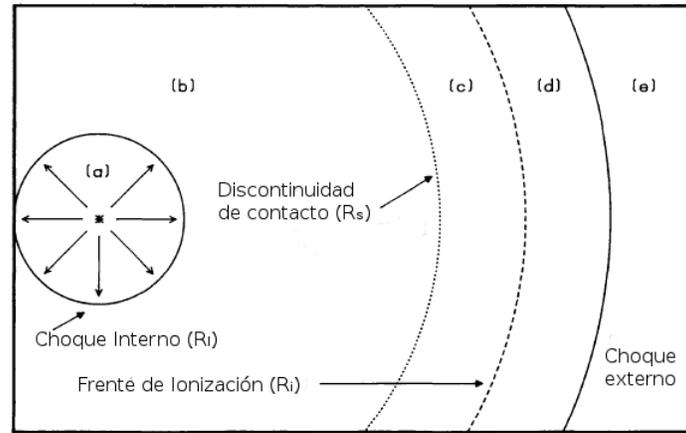


Figura 3.1: Diagrama del modelo de vientos estelares interactuantes (ISW). Las regiones del modelo son: **(a)** Viento rápido no chocado. **(b)** Viento rápido chocado o burbuja caliente. **(c)** Fracción ionizada de la cáscara. **(d)** Fracción neutra de la cáscara. **(e)** Viento AGB no perturbado. Figura adaptada de [93].

El modelo ISW predice un sistema con cuatro componentes: la envoltura de la estrella progenitora, la cáscara de material comprimido (la PN), la burbuja caliente de gas chocado y el viento rápido de la estrella central (figura 3.1). La radiación de la estrella puede ionizar una fracción de la cáscara (frente de ionización).

Las características observadas en las PNe (velocidad de expansión, densidad y bordes bien definidos) son explicadas por el modelo ISW. Pero el modelo no explica la formación de nebulosas alejadas de la simetría esférica. Otras morfologías se obtienen con una generalización del modelo: la suposición de que el viento de la RG tiene un contraste de densidad, es decir, tiene una pérdida de masa máxima en el ecuador y mínima en los polos [41]. Así, la alta densidad ecuatorial del viento de la RG dificulta la expansión de la burbuja caliente en esa dirección, por lo que la cáscara impulsada por la burbuja es alargada en la dirección de los polos (figura 3.2).

Esta suposición fue expuesta y elaborada teóricamente por Kahn y West en 1985 [42]. Ellos parten del hecho de que la velocidad de expansión de la nebulosa es mucho mayor que la velocidad del sonido en el viento RG. Por eso las inhomogeneidades en el viento son corregidas lentamente y tienen un efecto duradero en la morfología de la nebulosa. Con las condiciones adecuadas en el contraste de densidad de la envoltura se pueden formar nebulosas bipolares o elípticas.

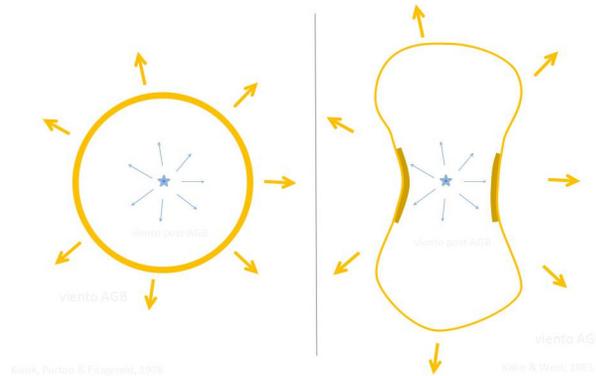


Figura 3.2: **Lado izquierdo:** PNe esférica del modelo ISW original. **Lado derecho:** PNe bipolar como resultado del contraste de densidad entre el ecuador y los polos.

La suposición de Kahn y West no explica la formación de PNe multipolares. Velázquez et al. [92] exploran su formación por la interacción de un flujo bipolar colimado con el viento isotrópico AGB. En su modelo consideran un sistema estelar binario. Una de las estrellas acreta material de su compañera creando un disco. Luego, un par de eyecciones rápidas colimadas o jets son eyectados a lo largo del eje del disco. La formación de las PNe es consecuencia de la precesión y el movimiento orbital de los jets bipolares.

En el modelo, los jets tienen un movimiento de precesión retrógrado respecto al movimiento orbital. La dirección de la eyección es modificada por estos dos movimientos.

Jets bipolares que orbitan y precesan no son suficientes para generar una morfología multipolar bien definida. Para esto debe introducirse una variabilidad en la eyección (su velocidad o densidad). La variabilidad de la eyección es el mecanismo generador de lóbulos múltiples. Velázquez et al. consideran velocidad dependiente del tiempo.

Sin embargo, el porcentaje de sistemas binarios en PNe es muy bajo comparado con el porcentaje de PNe multipolares [20]. Esta situación debida a que las observaciones se concentran principalmente en binarias con períodos cortos. Se espera que esta condición cambie con el uso de nuevas técnicas observacionales.

Se puede explicar la formación de PNe multipolares sin necesidad de recurrir a estrellas binarias. Estas estructuras pueden generarse considerando una cáscara de material AGB con una distribución de densidad más compleja. La distribución consiste de huecos y filamentos que se repiten por toda la superficie [86].

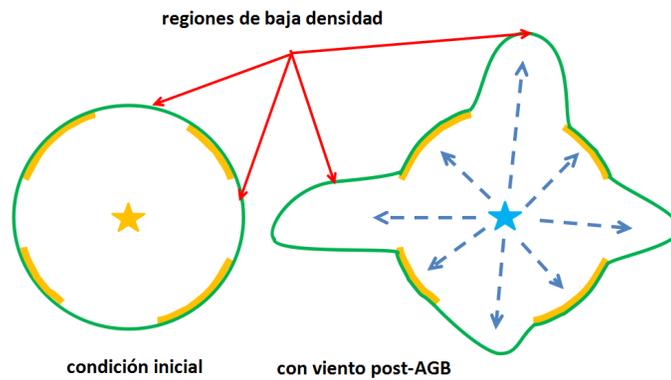


Figura 3.3: Formación de las PNe multipolares.

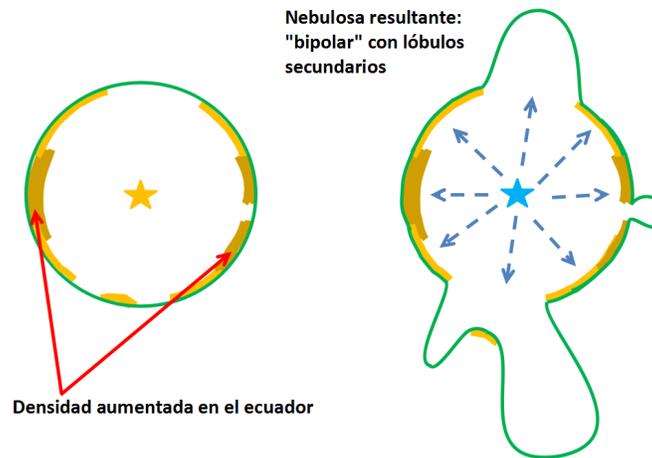


Figura 3.4: Formación de las PNe bipolares con lóbulos secundarios.

Cuando la cáscara sea impulsada por la presión térmica de la burbuja caliente dejará pasar el gas chocado por los huecos. El gas impulsará material previamente no perturbado y creará lóbulos secundarios. La estructura en conjunto de estos lóbulos dará la apariencia típica de una nebulosa multipolar.

En la figura 3.3 se muestra el esquema de formación de las PNe multipolares. Los lóbulos se formarán en las regiones de baja densidad de la cáscara. En la figura 3.4 se muestra el esquema de formación de PNe bipolares con lóbulos secundarios. La densidad promedio es mayor en el ecuador que en los polos, pero las irregularidades dan lugar a la formación de

más de dos lóbulos. Los lóbulos principales se formarán en las regiones de menor densidad más grandes. Ésta es una extensión del modelo de Kahn y West [42].

## 3.2. Ecuaciones Hidrodinámicas.

Si bien los modelos de Kwok et al. y de Kahn y West fueron elaborados de manera analítica o semi-analítica, los modelos para estructuras más complejas requieren de simulaciones numéricas tridimensionales. Discutiremos aquí brevemente las ecuaciones hidrodinámicas fundamentales en que se basan los códigos que se utilizan para las simulaciones.

Los modelos hidrodinámicos para la formación de PNe, a partir de la interacción del viento proveniente de la CS con una envoltura remanente, se construyen considerando el choque de dos fluidos no viscosos. Los modelos se basan en la solución numérica de las ecuaciones de continuidad o de conservación de la masa, el momento y la energía. Se conocen también como las ecuaciones de Euler y son de la forma [40]:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F} = S,$$

La cual describe la evolución de alguna variable hidrodinámica  $w$ . Tales variables son la densidad del gas  $\rho$ , la densidad de momento  $\rho\mathbf{v}$  y la densidad de energía  $e$  (energía cinética e interna). El vector  $\mathbf{F}$  es llamado flujo y aparece usualmente de la forma  $\mathbf{F} = w\mathbf{v}$ , donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad de transporte. La cantidad  $S$  es el término fuente. El término  $\nabla$  es el operador de divergencia. La interpretación física es que la divergencia del flujo es la pérdida de material (u otra variable) por pasar a través de las fronteras de un volumen. El término fuente  $S$  es un cambio intrínseco que se puede dar por algún suceso, como pérdidas de energía por radiación o un sumidero de masa por acreción en una estrella. La derivada en el tiempo es la suma de esos cambios.

En el caso de la ecuación de continuidad de la masa se asume que no hay fuentes ni sumideros y el término  $S$  se anula. La ecuación puede escribirse en la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v}) = 0$$

En otras palabras, la masa encerrada en un volumen cualquiera del fluido sólo puede

cambiar en virtud del flujo de masa a través de la frontera que delimita ese volumen.

Para la ecuación de conservación del momento lineal, el término fuente toma la forma  $\mathbf{S} = -\nabla P + \mathbf{G}$ . Donde  $-\nabla P$  es la fuerza por unidad de volumen debida a la presión que ejercen las otras partes del fluido y  $\mathbf{G}$  son las fuerzas externas por unidad de volumen. En este trabajo no se consideran las fuerzas externas, de modo que  $\mathbf{G} = 0$ . La ecuación de conservación del momento lineal puede escribirse en la forma:

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla P$$

El término  $\frac{\partial(\rho\mathbf{v})}{\partial t}$  es el cambio total de momento por unidad de volumen y de tiempo. El término  $\nabla \cdot (\rho\mathbf{v} \otimes \mathbf{v})$  hace referencia al transporte de momento debido al movimiento o flujo global del fluido. El símbolo  $\otimes$  hace referencia al producto tensorial.

En el caso de la energía, el término fuente toma la forma:  $S = \mathbf{v} \cdot \mathbf{G} - \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (P\mathbf{v})$ . El término  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{G}$  es el trabajo hecho por las fuerzas externas. El término  $\nabla \cdot \mathbf{q}$  es la energía transferida por unidad de volumen y de tiempo, el signo  $(-)$  se refiere a la energía transferida o perdida por el fluido, ya sea por conducción, por radiación o por energía mecánica o acústica disipada. Dicho de otro modo,  $\mathbf{q}$  es el vector de flujo de energía (transferencia de energía por unidad de área y de tiempo). El término  $\nabla \cdot (P\mathbf{v})$  es el trabajo hecho por las fuerzas de presión (compresión o rarefacción del fluido). Las fuerzas externas no se consideran, por lo que  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{G}$  se anula. La ecuación de conservación de la energía queda escrita en la forma:

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \nabla \cdot (e\mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{G} - \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (P\mathbf{v})$$

El término  $\frac{\partial(e)}{\partial t}$  es la tasa temporal de cambio de la energía total encerrada en un volumen  $V$  cualquiera. El término  $\nabla \cdot (e\mathbf{v})$  es el flujo neto de energía a través de la superficie que delimita el volumen  $V$ .

Tenemos entonces tres ecuaciones y cuatro incógnitas: densidad  $\rho$ , velocidad  $\mathbf{v}$ , presión  $P$  y densidad de energía  $e$ . Para cerrar el sistema se requiere una ecuación de estado. En nuestro caso se utiliza la ecuación de gas ideal. El enfriamiento es incluido con una curva de enfriamiento parametrizada como función de la temperatura y la densidad.

### 3.3. Modelos hidrodinámicos de PNe

Este trabajo se fundamenta en el modelo hidrodinámico de Steffen et al. [86]. El modelo fue construido para estudiar aspectos cualitativos de la formación de PNe multipolares.

Las ecuaciones hidrodinámicas se resuelven con el algoritmo “flux vector splitting” de Van Leer [90] en una malla cartesiana regular. El método de volúmenes finitos utilizado es un método de captura de choque “upwind” basado en el esquema Godunov. Para evitar la formación de oscilaciones numéricas alrededor de la solución se utiliza disipación numérica. El término disipativo es de la forma  $\eta \nabla^2 \mathbf{v}$ , con  $\eta = 10^{-4}$ .

El modelo usa un número CFL (Courant, Friedrichs y Lewy) de 0.4 e introduce un tratamiento simplificado del enfriamiento radiativo. Se hace una aproximación de la curva de enfriamiento de Dalgarno y McCray [18]. La aproximación consiste en tres líneas rectas en el espacio logarítmico de temperatura y pérdida de energía. Debajo de  $10^4\text{K}$  no hay enfriamiento (se asume equilibrio de fotoionización). La pérdida de energía toma la forma  $\nabla \cdot \mathbf{q} = n^2 \Lambda(T)$ . Siendo  $\Lambda$  la función de enfriamiento interestelar y  $n$  la densidad numérica de partículas.  $T$  es la temperatura.

Las PNe del modelo se forman por la interacción de un viento rápido con una envoltura que ha sido creada por un viento AGB variable. La densidad de esta envoltura es una función de la distancia a la estrella central (CS) y del ángulo polar  $\phi$  (figura 3.5).

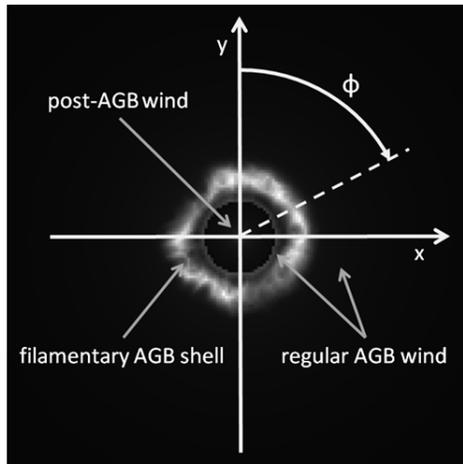


Figura 3.5: Esquema de las condiciones iniciales de las simulaciones hidrodinámicas basadas en la interacción de un viento rápido con un cascarón denso irregular.

La clave del modelo consiste en que el choque externo producido por la interacción de los dos vientos se propaga con una velocidad que es dependiente de la dirección debido al gradiente de densidad variable entre los dos vientos.

Para la formación de PNe multipolares se asume que el viento rápido interactúa con una cáscara que tiene una distribución de densidad filamentosa, compuesta por filamentos de alta densidad y huecos. Esta estructura filamentosa tendría semejanza con un queso suizo. La mayoría de la masa estará concentrada en los filamentos y permanecerá cerca de la CS en lugar de expandirse con los lóbulos.

Debido a la limitación en la resolución espacial y en la razón de tamaño entre las estructuras más grandes y las más pequeñas, se reduce la expansión de los filamentos del cascarón respecto a los lóbulos tanto como sea posible. Con este fin, en el modelo se asume que la velocidad de expansión de la cáscara es cero.

Para la formación de PNe bipolares con lóbulos secundarios se asume adicionalmente que hay una variación global en la densidad de la envolvente. Esta variación favorece la formación de lóbulos bipolares de gran tamaño a lo largo de los polos. En el ecuador sólo se formarán lóbulos secundarios de menor tamaño en las regiones huecas de la cáscara filamentosa. En otras palabras, la envolvente tendrá una densidad máxima en el ecuador y mínima en los polos. Vale la pena indicar que para la envolvente el cambio en la densidad se da de forma continua.

Las ecuaciones de Euler son ecuaciones locales de continuidad que describen el transporte de una propiedad física conservada (masa, momentum, energía) en un fluido no viscoso y compresible. El transporte se da desde lugares con mayor concentración de la propiedad física conservada a los de menor concentración.

El dominio computacional de los modelos hidrodinámicos es dividido en celdas cartesianas regulares. Cada celda cuenta con una cantidad de la propiedad conservada. El algoritmo utilizado se encarga de comparar la cantidad que le corresponde a una celda de referencia con la cantidad propia de una celda adyacente. En caso de desigualdad habrá un transporte de la propiedad física hasta que su valor sea el mismo en ambas celdas. El proceso es iterativo y se efectúa de tal modo que cada celda del dominio computacional ha sido comparada con sus celdas adyacentes. El número de veces que este proceso se repite depende del tiempo total de cómputo que puede ser elegido según el modelo, la velocidad de propagación de la información en el medio considerado, la resolución espacial de la malla cartesiana regular y

el número CFL.

La formación de PNe multipolares descrita en este capítulo es la base de un modelo hidrodinámico construido en *SHAPE*. El procedimiento se describe más adelante en el capítulo dedicado a la metodología.

---

# Capítulo 4

## Morfología de las PNe

Este capítulo describe la diversidad morfológica de las nebulosas planetarias (PNe). Se explica el problema de la orientación de las PNe que impide su clasificación correcta. Se describen también posibles mecanismos para generarlas.

Un aspecto fascinante de las PNe es su variedad de formas. Esto ha llevado a interpretarlas como distribuciones de densidad helicoidales (bipolares), toroidales, cilíndricas, elípticas y esféricas. A menudo son sistemas con cascarones dobles o triples abarcando combinaciones de una o más de las formas tridimensionales mencionadas. Asimismo, nudos, filamentos, ansae y efectos de estratificación de la ionización contribuyen con esta diversidad [71]. La diversidad morfológica debe ser el resultado de un rango de condiciones en el origen y evolución de la nebulosa. Sin embargo, las PNe constituyen una clase de objetos astronómicos físicamente relacionados entre sí. Por eso se espera que tengan formas intrínsecas similares [45].

Un esquema de clasificación morfológica es el primer paso en la comprensión de las PNe. La importancia del esquema consiste en la posibilidad de asociarlo con el estado evolutivo de la estrella central (CS). Por ejemplo, parece que las PNe bipolares tienen CS débiles, mientras las PNe elípticas tienen CS mucho más brillantes. Sin embargo, lo contrario no es cierto, es decir, una estrella débil no siempre implica morfología bipolar [68]. La morfología es importante porque permite obtener información sobre propiedades como binariedad estelar, masa de la progenitora o composición química. En particular se ha comprobado que las nebulosas bipolares están asociadas a progenitoras más masivas [15] [26]. También hay indicios de que las PNe bipolares tienen abundancias de He y N por encima de la solar.

Esquemas de clasificación fueron dados por Curtis [17], por Vorontsov-Vel'yaminov [94] y

por Khromov y Kohoutek [45]. Más recientemente, otros esquemas han sido propuestos por Chu et al. [14], Balick [3], Stanghellini et al. [82] y Manchado et al. [54]. Algo que los relaciona es la clasificación de las PNe de acuerdo con su desviación de la simetría esférica. Esta desviación empieza con las nebulosas elípticas, las bipolares, las multipolares y finaliza con las irregulares. Otros factores que relacionan estos esquemas son características secundarias como cascarones múltiples y estructuras a pequeña escala o microestructuras.

Sin embargo, la clasificación morfológica basada exclusivamente en imágenes directas sufre de los siguientes problemas:

- Dependencia en sensibilidad: una exposición más larga puede revelar estructuras tenues que antes no se veían. Esto obliga un cambio en su clasificación morfológica.
- Dependencia de los elementos: la morfolología de las PNe observadas en líneas de emisión de diferentes iones no es la misma necesariamente. Esto como resultado de los efectos de estratificación de la ionización.
- Longitudes de onda de la observación: Una PNe está compuesta de gas fotoionizado, gas neutro, moléculas y polvo. Estas componentes se encuentran a diferentes temperaturas y por tanto son visibles en diferentes partes del espectro. Además la distribución de cada componente no necesariamente es la misma.
- Efectos de proyección: las clasificaciones morfológicas describen sus estructuras bidimensionales aparentes, no sus formas tridimensionales intrínsecas.

Este último problema puede llevar a clasificar una PN bipolar con lóbulos tenues como una PN esférica [57]. También puede llevar a que dos PNe con la misma estructura tridimensional tengan diferente morfolología para un observador. Estos inconvenientes son causados por la superposición de las componentes de una PN al proyectarlas en el plano del cielo. Los efectos de proyección, en muchos casos, se pueden resolver con datos cinemáticos. La espectroscopía de rendija larga es una poderosa herramienta para develar la estructura tridimensional de las PNe. La razón es que permite obtener información cinemática por medio del efecto Doppler y así inferir la estructura a lo largo de la línea de visión.

Los esquemas de clasificación deben ser consistentes con el modelo de vientos interactuantes. Por eso se separa a las planetarias con morfolología esférica y elíptica de aquellas más irregulares. La razón es que las más irregulares requieren de factores adicionales como fuertes

campos magnéticos para explicar dichas formas. Steffen et al. [86] ofrecen una explicación a la formación de estructuras multipolares sin recurrir a dichos factores.

## 4.1. Mecanismos de desviación de la simetría esférica

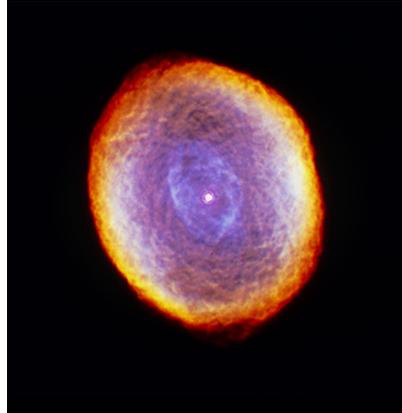
Según Stanghellini [81], la forma de las PNe se debe a varios fenómenos:

- Las condiciones del medio interestelar (ISM).
- La tasa de pérdida de masa (TPM) y la duración del viento AGB.
- El tiempo de transición (lapso entre el final del viento AGB y la iluminación de la nebulosa).
- La energía que puede proveer la estrella central (CS).
- Las características del viento post-AGB.
- La presencia de otras estrellas en el sistema.
- El movimiento propio de la CS.
- La presencia de campos magnéticos, rotación estelar y la estabilidad de la CS en contra de las pulsaciones.

Actualmente queda establecido que las PNe perfectamente esféricas son relativamente raras [68]. Con el telescopio espacial Hubble se ha comprobado que la bipolaridad y multipolaridad son la regla y no la excepción. El tiempo de vida de una estrella AGB se caracteriza por pérdidas de masa altamente isotrópicas. Estas pérdidas tienen una tasa de  $< 10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$  y velocidades de flujo de  $\approx 10$  km/s. Estrellas en la fase AGB final o post-AGB manifiestan flujos axisimétricos con tasas de pérdida de masa de  $\approx 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$ . Estos flujos pueden alcanzar velocidades de eyección  $\approx 100$  km/s. Esta secuencia evolutiva culmina en la eyección de la envoltura y la posible formación de una PN. Sin embargo, no se sabe con certeza cómo una estrella AGB esférica da lugar a una PN no esférica [53]. El tiempo de inicio y el mecanismo subyacente para esta desviación no se conocen de manera concluyente. Esta incertidumbre es debida en parte a la rapidez de la transición de la AGB a la PN. También es debida a



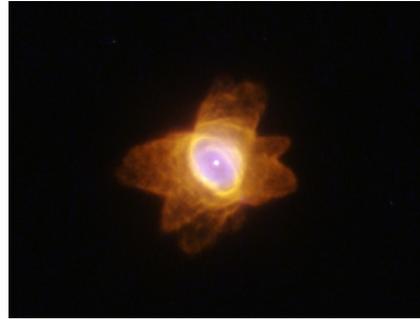
(a) Nebulosa esférica Abell 39.



(b) Nebulosa elíptica IC418.



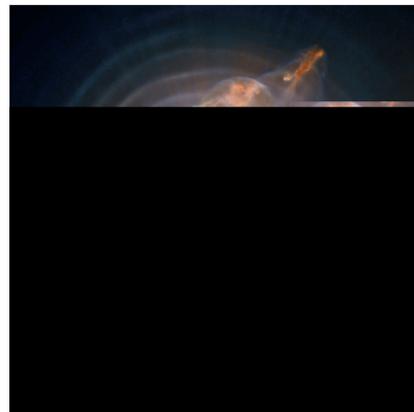
(c) Nebulosa bipolar M2-9.



(d) Nebulosa Multipolar Henize 2-47.



(e) Nebulosa irregular Sh 2-174.



(f) Nebulosa de múltiples cáscaras Cat's eye.

Figura 4.1: Morfología de las Nebulosas Planetarias.

la dificultad para observar e identificar objetos representativos [44]. Las imágenes infrarrojas [2] muestran que la desviación de la simetría esférica ocurre en épocas muy tempranas de la fase post-AGB.

El modelo generalizado de vientos interactuantes (GISW) (Kahn y West) [25] explica la formación de nebulosas bipolares. En este caso el ambiente de formación tiene un contraste de densidad al comparar la región polar con la región ecuatorial. La alta densidad ecuatorial disminuye la velocidad de expansión de la envoltura cualquiera que sea el mecanismo que la impulse. El resultado es la formación de dos lóbulos orientados en la dirección polar. No obstante, en el modelo no se hace énfasis en cuanto a las causas de este contraste de densidad. Dwarkadas [22] ha mostrado que la rotación de la estrella central puede llevar a pérdidas de masa axisimétricas en la estrella. Este viento axisimétrico que se expande en un medio de densidad constante forma una nebulosa asférica.

Otra posible causa de la morfología en las PNe es la existencia de un disco alrededor de la estrella post-AGB [72]. Una pregunta destacada es si las estrellas de masa intermedia retienen o desarrollan estos discos conforme avanzan en la fase AGB. De ser cierto, sería interesante determinar si tales discos representan la causa de pérdidas de masa colimadas. Asimismo, sería interesante saber qué mecanismos llevan a su formación (binariedad, campos magnéticos, rotación estelar). En un modelo propuesto por Pringle [70] se hace uso de la existencia de un disco circunestelar. En este modelo, el disco sirve para colimar el flujo. También sirve como un reservorio de energía rotacional que puede ser convertida a momentum en el viento.

Un mecanismo físico alternativo ha sido propuesto por Pascoli [65]. El mecanismo se basa en presión magnética transportada desde el interior de la estrella a la superficie estelar.

La orientación de las PNe como un problema que impide su correcta clasificación morfológica ha sido expuesta en este capítulo. Se expuso brevemente la espectroscopía de rendija larga como solución a este problema. En el capítulo 6 se explica la ley homóloga de velocidades. Esta ley es una suposición habitual para obtener la morfología tridimensional de las PNe a partir de datos cinemáticos.

---

## Capítulo 5

# Programa Astrofísico *SHAPE*

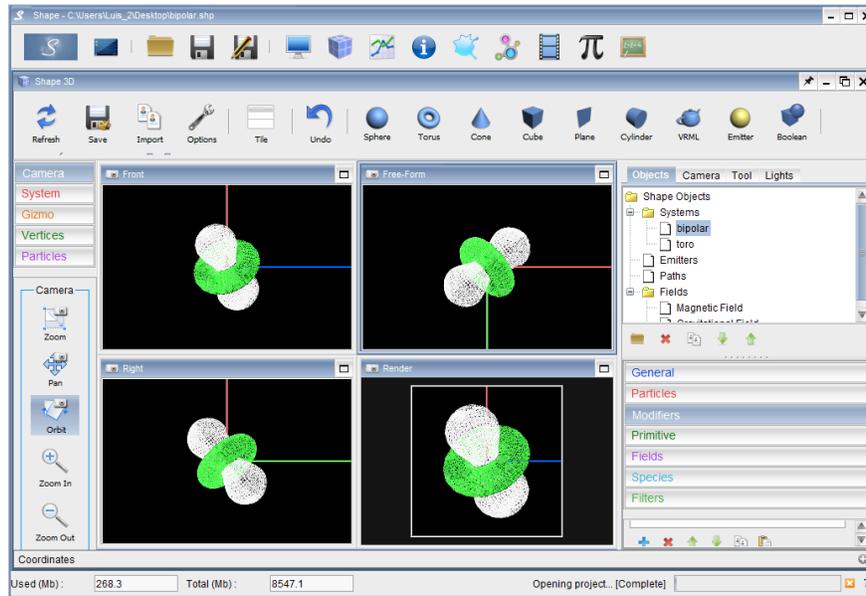
Este capítulo describe brevemente el programa astrofísico *SHAPE*. Se exponen las características que lo distinguen de los programas convencionales.

*SHAPE* es un software interactivo de modelado astrofísico, escrito en el lenguaje de programación Java. Los modelos son creados por el usuario de manera interactiva de acuerdo con su objeto de estudio, es decir, los modelos no son programados por el usuario, sino que consisten de objetos creados interactivamente en la forma de una malla geométrica en el módulo 3-D de *SHAPE*. Los objetos son llenados con propiedades físicas como velocidad, densidad y emisividad. Las propiedades son funciones de las coordenadas y del tiempo. El usuario puede modificar las funciones gráficamente o definir las analíticamente.

Además de modelos morfo-cinemáticos en base a mallas geométricas, *SHAPE* genera modelos hidrodinámicos de PNe con ayuda del módulo *Hydro*. El módulo toma las condiciones iniciales y de frontera de los objetos creados en el módulo 3-D interactivo. Con las condiciones soluciona numéricamente las ecuaciones de Euler de conservación de masa, momentum y energía en cada celda de la malla tridimensional uniforme.

En la figura 5.1 se despliega el módulo 3-D. La figura nos muestra un modelo morfo-cinemático compuesto por una estructura bipolar blanca y un toro verde rodeando su cintura. Los 4 cuadros de fondo negro entregan una visión del modelo a diferentes orientaciones. La columna de la parte derecha despliega varias herramientas para modificar o agregar propiedades al modelo.

Con la herramienta “General” el usuario puede modificar la propiedad del color, la cual permite identificar la contribución de las estructuras en las visualizaciones generadas en el

Figura 5.1: Módulo 3D de *Shape*.

módulo *Render* de *SHAPE*. Las visualizaciones pueden ser imágenes directas o una gráfica de la velocidad a lo largo de la línea de visión. Una gráfica de este tipo se conoce como diagrama posición-velocidad PV. Un diagrama PV es generado con ayuda de una rendija simulada que se superpone en la imagen directa del modelo. El diagrama PV muestra en el eje horizontal la velocidad y en el eje vertical la posición a lo largo de la rendija. El ancho de la rendija, su resolución y ubicación en el modelo son elegidas por el usuario.

*SHAPE* genera los diagramas PV examinando cada celda que compone el corte transversal del modelo a lo largo de la línea de visión. Las celdas cuentan con propiedades físicas como velocidad y emisividad. En algunos modelos morfo-cinemáticos la velocidad puede estar predeterminada como en los ejemplos del capítulo 6. En otros modelos la velocidad puede ser el resultado de la compleja interacción hidrodinámica entre los vientos estelares.

*SHAPE* determina la velocidad de cada celda del corte a lo largo de la línea de visión e integra su emisividad. Esta emisividad es asignada a una nueva celda ubicada en un diagrama posición-velocidad. El resultado será un mapa de emisión en el que cada celda representa una posición a lo largo de la rendija y una velocidad a lo largo de la línea de visión. Un esquema de esta operación es presentado en la figura 5.2.

En la figura 5.3 se observa la imagen de densidad de una nebulosa multipolar en el módulo

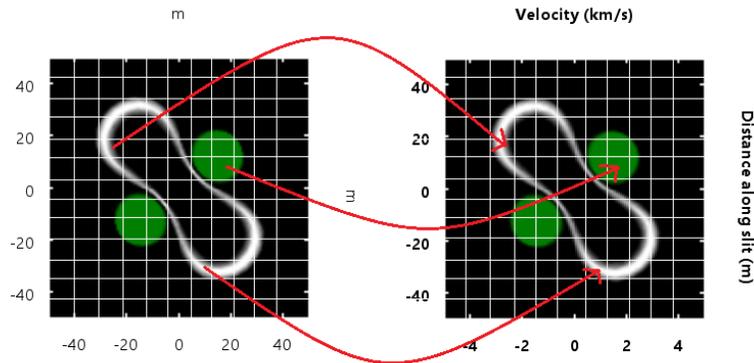


Figura 5.2: Construcción del diagrama PV. La posición vertical a lo largo de la rendija no cambia. Las celdas se ordenan de acuerdo con la velocidad.

*Hydro*. La imagen es el resultado de una simulación hidrodinámica del modelo correspondiente. En la columna de la derecha se muestran varias herramientas. La herramienta “Camera” permite variar la posición y el ángulo de rotación del modelo hidrodinámico respecto al observador. La parte inferior de la columna muestra el tiempo de evolución del modelo en segundos y el número de iteraciones, a partir de la activación del viento rápido.

Filtros de velocidad y posición pueden imponerse al modelo con el módulo *Hydro*. El módulo permite visualizar imágenes de presión, temperatura y velocidad de la simulación.

El módulo *Render* proporciona imágenes directas y diagramas PV del modelo. Un ejemplo es proporcionado en la figura 5.4. La figura muestra el mapa de emisión integrado del lado izquierdo. El mapa es atravesado por la rendija simulada que aparece como un par de líneas verticales. El diagrama PV es la imagen del lado derecho.

La pestaña “Group” en la columna del lado derecho modifica las propiedades de la rendija. Algunas propiedades son el rango de velocidades, su posición y sus dimensiones. La resolución de la rendija puede modificarse para simular las condiciones del cielo.

La imagen directa y el diagrama PV pueden compararse superponiéndolos. La superposición se realiza en el módulo *Render*. Una de las imágenes se escoge como fondo y la otra como transparencia.

En el capítulo 8 se comparan los cortes transversales y los diagramas PV generados del modelo hidrodinámico usado en este trabajo.

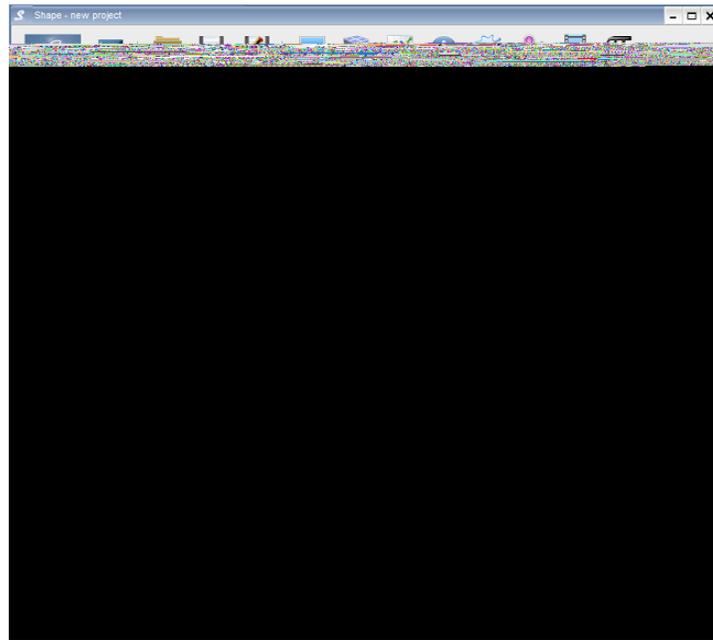


Figura 5.3: Módulo *Hydro* de *Shape*.

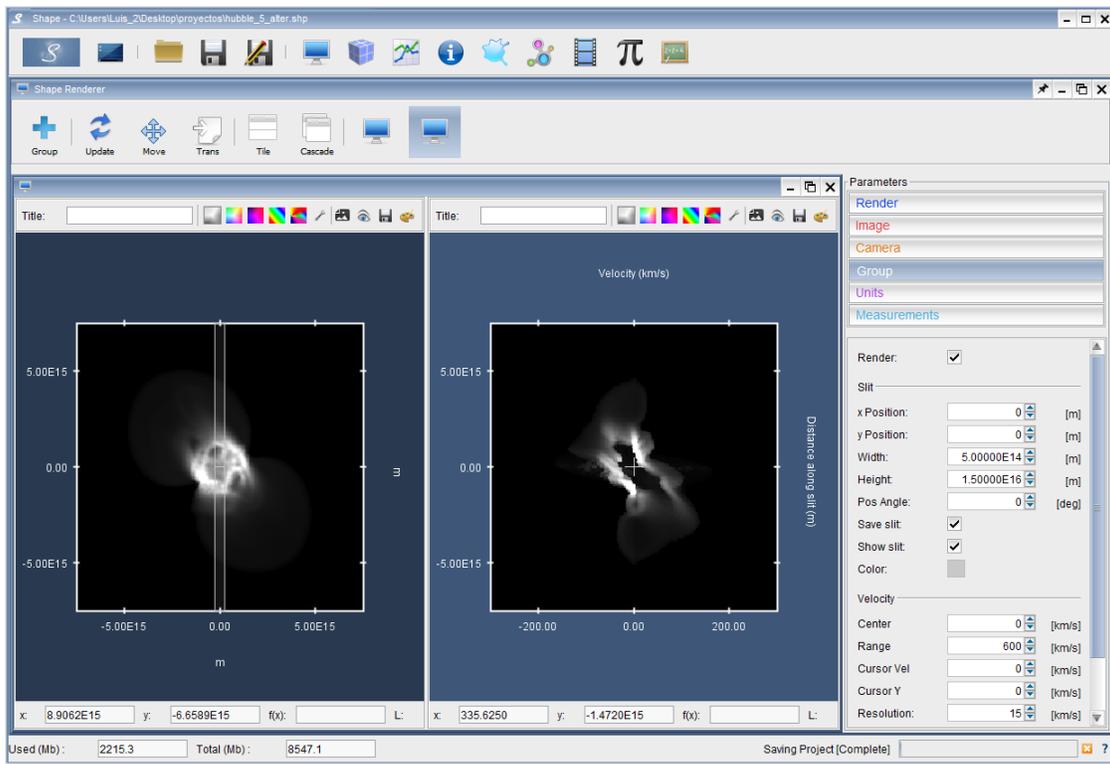


Figura 5.4: Módulo *Render* de *Shape*.

---

## Capítulo 6

# La ley Homóloga de Velocidades

Este capítulo describe la ley homóloga de velocidades. Esta ley ha sido una suposición fundamental para la reconstrucción de la estructura tridimensional de nebulosas planetarias [74] [85]. Los efectos de esta ley y sus desviaciones en los diagramas PV se explican utilizando una nebulosa sintética creada en *SHAPE*. Se utiliza la misma nebulosa con desviaciones en la ley para comparar su diagrama PV con el caso homólogo.

La estructura intrínseca de una PN es difícil de identificar a partir de imágenes directas. El proceso puede llevar a interpretaciones erróneas. La dificultad consiste en que estas imágenes muestran una proyección en el plano del cielo de un objeto tridimensional. Por ejemplo, una nebulosa se asemeja a una nebulosa de anillo o elíptica con la orientación adecuada. Se necesita entonces conocer la distribución de la planetaria a lo largo de la línea de visión. La información cinemática derivada de espectroscopía con rendija larga es utilizada con este fin. La espectroscopía proporciona un diagrama PV. Es habitual una suposición para obtener la morfología tridimensional de una PN a partir de datos cinemáticos. A saber, la velocidad de expansión de la nebulosa es directamente proporcional a la distancia a la estrella central (CS). Como la velocidad es un vector, la ley se cumple para cada componente cartesiana individualmente. Esta suposición se conoce como la ley homóloga de velocidades o expansión de tipo Hubble. La ley homóloga implica que la velocidad de expansión es puramente radial [85].

El corrimiento Doppler a lo largo de la línea de visión ( $z$ ) es una medida directa de la morfología de la nebulosa en esa dirección. Esta es una ventaja que tiene la ley homóloga. Es cierta siempre que se corrija el factor de proporcionalidad ( $k$ ) que vincula la velocidad y

la posición.

En forma matemática:

$$\mathbf{V} = k \cdot \mathbf{r}$$

$$V_z = k \cdot z$$

El sistema de coordenadas cartesiano es tal que la dirección  $z$  es a lo largo de la línea de visión.

La ley se cumple si la planetaria puede considerarse como una expulsión balística en la que cada parte mantiene el mismo vector de velocidad siempre. Es decir, la ley se cumple si los mecanismos de eyección son de corta duración comparados con la edad actual de la nebulosa [85]. Por otro lado, si la hidrodinámica es más complicada, por ejemplo si en una nebulosa compleja la presión térmica del interior domina la dinámica, entonces se esperan desviaciones significativas de la expansión homóloga. Debido a las desviaciones, el diagrama PV muestra una imagen distorsionada de la morfología de la nebulosa. Las desviaciones resultarán en defectos en la reconstrucción que a su vez pueden llevar a interpretaciones científicas erróneas. Estimar la gravedad de las distorsiones es el objetivo de este trabajo. Los detalles cuantitativos de los mecanismos físicos que intervienen en las PNe no se conocen con certeza. Entender sus efectos en la formación y evolución de las nebulosas depende de una correcta reconstrucción morfológica. La forma nos da una pista de la naturaleza de los mecanismos físicos y en qué medida actúan. Eso justifica un estudio de la validez de la ley homóloga en las PNe. Dicho estudio es importante en la comprensión de esta fase evolutiva de las estrellas de masa baja e intermedia.

Evidencia de la expansión de tipo Hubble viene de los trabajos de Wilson [95], [97]. Él discute sobre la separación de las componentes del espectro de una PN. Encuentra que la velocidad de expansión es mayor para el gas más alejado de la CS. Este resultado se interpreta como evidencia del aumento en la velocidad de expansión conforme la nebulosa se aleja de la CS [61]. Sabbadin y Hamzaoglu [73] confirman que la velocidad es una función creciente de la distancia  $R$  a la CS. Pero simulaciones detalladas muestran que el campo de velocidad no es simple ni solamente creciente siquiera en una nebulosa esférica [66].

En la figura 6.1a se observa la dependencia de la velocidad con la distancia para las diferentes componentes de una PN. El viento rápido procedente de la CS (la región de color azul claro más interna) se mueve con una velocidad constante pero mucho mayor que las otras regiones. La zona de color azul oscuro representa el viento rápido chocado. En la gráfica se

observa una disminución instantánea de la velocidad del viento debido a su encuentro con el choque interno. El encuentro causa que la temperatura del viento chocado aumente, creando una burbuja caliente cuya presión térmica empuja la cáscara densa que conforma la PN (región naranja). El choque interno estaría separando la región del viento rápido no perturbado y el viento rápido chocado. La cáscara naranja es una región densa de material AGB comprimido que se mueve supersónicamente dentro del material AGB no perturbado (la zona gris más externa). En la frontera que separa la cáscara densa y el material AGB no perturbado se crea un choque externo. Debido a este choque la velocidad cambia instantáneamente y pasa de un régimen homólogo en la zona naranja a un valor constante en la región gris. La figura 6.1b se enfoca exclusivamente en la cáscara naranja (la PN propiamente dicha). La dependencia de la velocidad con la distancia para esta única estructura se asemeja más a una ley homóloga. Es decir, si se mide la velocidad en diferentes direcciones, se puede ver que componentes de la cáscara más alejadas de la CS serán más veloces que las componentes más cercanas.

Este ejemplo es especialmente importante cuando quieren reconstruirse PNe de múltiples cáscaras (multi-shell PNe) usando la ley homóloga. Como se verá en la figura 6.4b, asignar el mismo campo de velocidades a estructuras que cumplen la ley homóloga por separado puede llevar a reconstrucciones tridimensionales incorrectas.

En resumen, por la presencia de ondas de choque hay fuertes variaciones en la velocidad (figura 6.1a). Sin embargo, incluso en nebulosas no esféricas, las capas individuales pueden tener leyes de velocidad que se asemejan mucho más a una ley homóloga (figura 6.1b). Pero las simulaciones hidrodinámicas también muestran que puede haber desviaciones, tanto en la magnitud como en la dirección [84].

A continuación vemos cómo se manifiestan las desviaciones típicas de la expansión homóloga en los diagramas PV y por lo tanto en las reconstrucciones tridimensionales.

En la figura 6.2a se muestra un modelo geométrico tridimensional generado con el módulo 3-D. Las unidades de longitud en éste y los siguientes capítulos son metros. El modelo consiste de una estructura bipolar de color blanco y un toro verde rodeando su cintura. Las dos estructuras tienen la misma inclinación con respecto al plano del cielo. Todo el volumen ocupado por el toro ha sido llenado con propiedades como velocidad y densidad. La estructura bipolar no ha sido llenada por completo, sino que presenta una especie de cáscara. En la figura 6.2a se aprecian dos líneas verticales separadas una cierta distancia que representan la

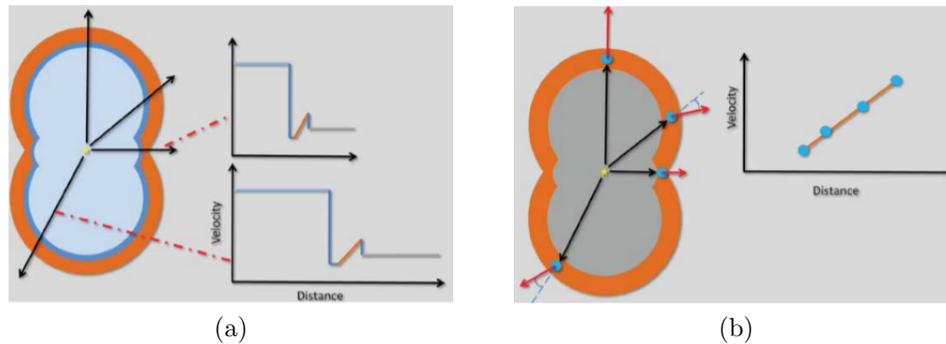


Figura 6.1: Campo de velocidad radial. **(a)**: Velocidad radial a lo largo de una única dirección. **(b)**: Velocidad radial de una única estructura (casarón). Figura adaptada de [83].

rendija simulada. De la región del modelo incluida en la rendija se obtiene el diagrama PV.

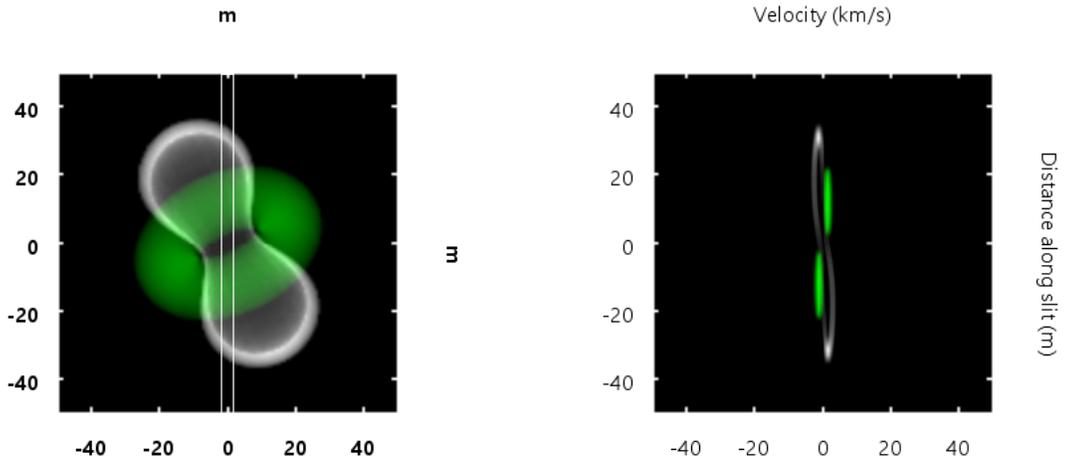
Cada estructura del modelo sigue la ley de velocidades mostrada en la figura 6.3. Sólo se tiene en cuenta la velocidad radial, la cual tiene una dependencia lineal con la distancia.

En el diagrama PV de la figura 6.2b se diferencia la contribución del toro y la bipolar por sus colores. Velocidades negativas indican las partes del modelo que se acercan al observador. Velocidades positivas indican las regiones que se alejan. La estructura blanca es hueca y consiste de una capa delgada, de manera similar al modelo. La contribución del toro, por el contrario, no es hueca.

La figura 6.2c muestra la forma bidimensional de la región del modelo incluida en la rendija. Esta figura es similar al diagrama PV de la figura 6.2b. Las escalas en el eje horizontal son diferentes para cada figura. Hay una proporción de 10 a 1 entre la posición y la velocidad, respectivamente. Es decir, regiones ubicadas a una distancia horizontal de 20 m tienen una velocidad de 2 km/s. Si aplicamos un escalamiento a la velocidad para el diagrama PV, entonces la similitud con la imagen será completa.

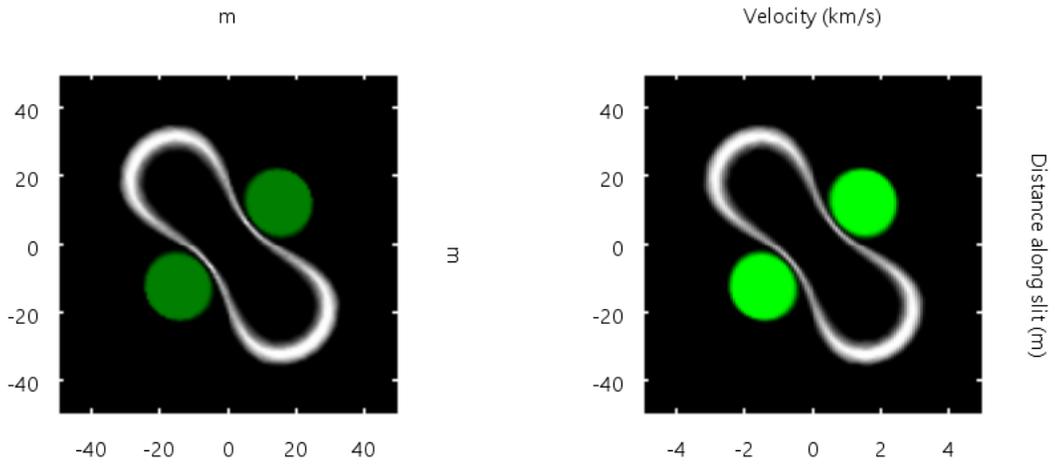
La figura 6.2d muestra el diagrama PV luego del escalamiento del eje de velocidad. El rango de velocidades ha sido modificado utilizando la constante  $k = 1/10$  que vincula la posición y la velocidad.

La explicación a estas características puede obtenerse viendo la figura 6.3. En ella se muestra la velocidad de cada elemento que compone al modelo como función de la posición. La gráfica muestra la relación lineal entre la distancia a la estrella central y la velocidad de expansión. La pendiente de la recta es  $k = 1/10$ . Este valor es el mismo que la escala entre



(a) Modelo geométrico generado con el módulo 3D de *SHAPE*.

(b) Diagrama PV del modelo de la figura 6.2a.



(c) Distribución de densidad a lo largo de la línea de visión de la región del modelo incluida en la rendija.

(d) Diagrama PV del modelo de la figura 6.2a. El eje de velocidad ha sido escalado por un factor de 10.

Figura 6.2: Nebulosa sintética y sus visualizaciones generadas con el módulo *Render*.

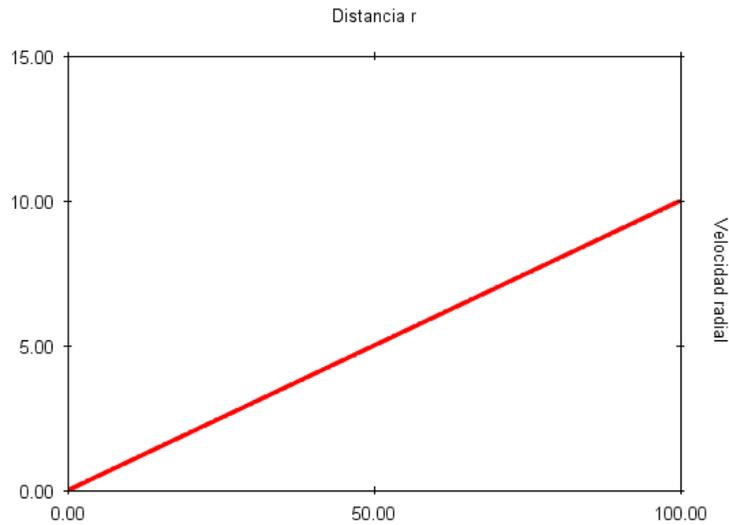


Figura 6.3: Representación gráfica de la velocidad radial como función de la distancia  $r$ . La dependencia es claramente lineal y la pendiente de la recta es  $1/10$ .

el eje horizontal de la figura 6.2b y 6.2c.

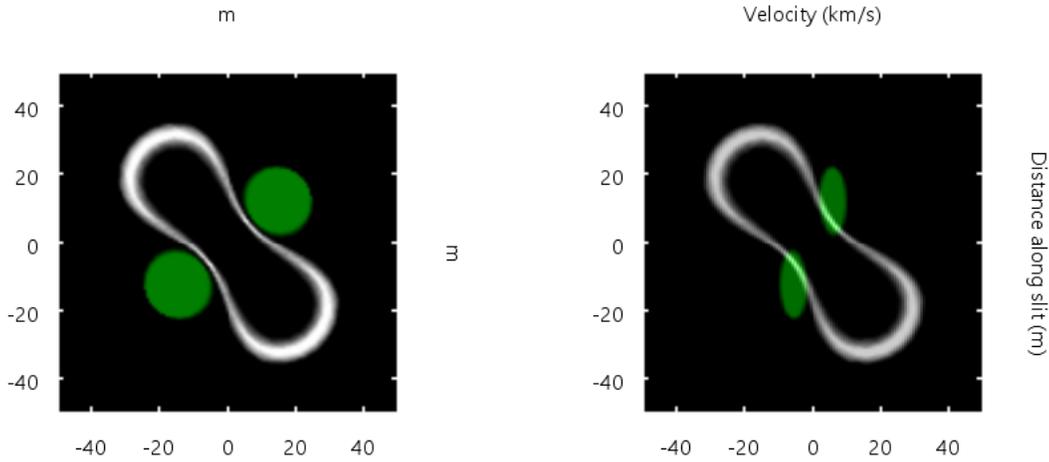
Con el ejemplo anterior se evidencia que la velocidad de expansión de la nebulosa sigue la ley homóloga. Por tanto, la reconstrucción tridimensional de este objeto utilizando la información cinemática de los diagramas PV es confiable.

Aunque la ley homóloga es un concepto sencillo, debe usarse con precaución. El ejemplo de la figura 6.4b muestra un diagrama PV del modelo de la figura 6.2a. La estructura bipolar y el toro siguen la ley homóloga. Sin embargo, la constante de proporcionalidad que vincula la velocidad y la posición es diferente para cada estructura.

En forma matemática:  $V_{bipolar} = k_1 \cdot z$  y  $V_{toro} = k_2 \cdot z$ , siendo  $k_1 \neq k_2$ .

El escalamiento del diagrama PV se hizo tomando en cuenta la constante  $k_1$  de la bipolar, ya que no se puede tomar en cuenta la de ambas estructuras de manera directa. En consecuencia, las dos estructuras se superponen. Claramente esto no es verdad, como puede verse al compararlo con la figura 6.4a y es debido a la diferencia en la ley de expansión.

De la figura 6.1 y 6.4 se comprende que la ley homóloga puede cumplirse por separado para estructuras diferentes. Es decir, el campo de velocidades es homólogo al seguir la misma estructura en diferentes direcciones. Pero no lo es al seguir el perfil de velocidad a lo largo de



(a) Imagen directa del modelo de la figura 6.2a. (b) Diagrama PV del modelo de la figura 6.2a.

Figura 6.4: Desviaciones a causa de una ley homóloga diferente para cada estructura.

una única dirección [84]. Si no se toma en cuenta este efecto apropiadamente, la reconstrucción 3D puede resultar en topologías erróneas para el modelo.

Puede suceder que la velocidad radial no sea lineal con la distancia o el vector velocidad tenga una componente poloidal. En ese caso, las reconstrucciones basadas en información cinemática también serán incorrectas y mostrarán distorsiones asumiendo la validez de la ley homóloga. La figura 6.5 muestra un ejemplo de una forma posible de la componente poloidal para una nebulosa bipolar. La motivación para esta forma viene de simulaciones de Steffen et al. en 2009 [85]. Otro tipo de nebulosas pueden, obviamente, tener desviaciones diferentes.

La figura 6.6 ofrece una explicación esquemática de lo que se quiere decir con velocidad poloidal. En un sistema de coordenadas esféricas, la velocidad radial sigue la dirección del vector unitario  $\hat{r}$  y la velocidad poloidal sigue la dirección del vector unitario  $\hat{\phi}$ .

Teniendo esto en cuenta, la figura 6.5 muestra que el campo de velocidades de cada estructura del modelo de la figura 6.2a tendrá una componente en la dirección  $\hat{\phi}$  con un valor máximo en las regiones donde el vector de posición  $\vec{r}$  forme un ángulo de  $45^\circ$  y  $135^\circ$  con el eje polar. Asimismo, la componente de velocidad en la dirección  $\hat{\phi}$  tendrá un valor mínimo en las regiones donde el vector de posición sea paralelo o perpendicular al eje polar. Es decir, estas regiones del campo de velocidades sólo tendrán componentes radiales.

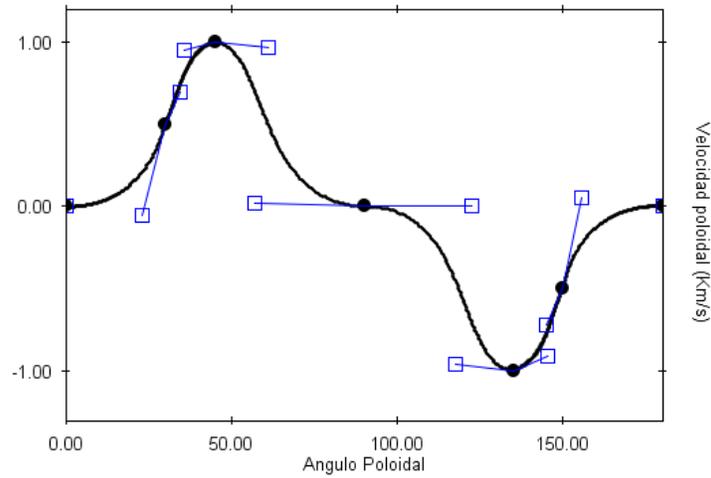


Figura 6.5: Representación gráfica de la velocidad poloidal como función del ángulo poloidal  $\theta$ . La forma de la curva se ha generado de forma interactiva.  $\theta = 90$  corresponde al ecuador,  $\theta = 0$  y  $\theta = 180$  corresponde a los polos. La velocidad está normalizada al valor máximo  $V_{max} = 10km/s$ .

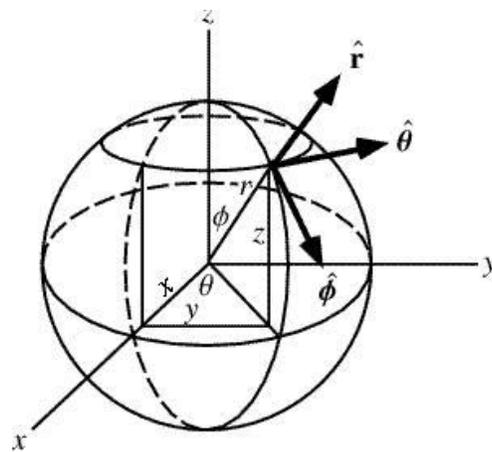
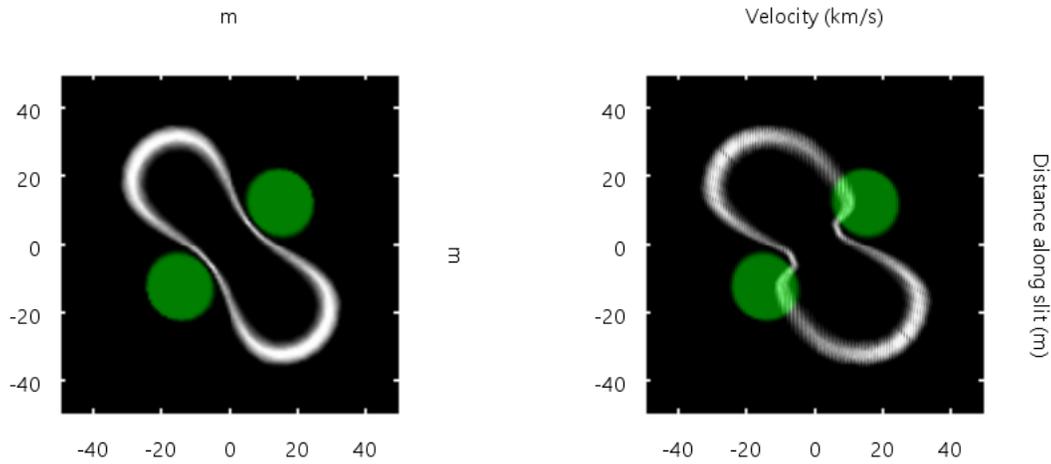


Figura 6.6: Sistema de coordenadas esférico. La dirección radial está representada por el vector unitario  $\hat{r}$  y la dirección poloidal por el vector  $\hat{\phi}$ .



(a) Imagen directa del modelo de la figura 6.2a. (b) Diagrama PV del modelo de la figura 6.2a.

Figura 6.7: Desviaciones de la ley homóloga por componente poloidal del vector velocidad.

La figura 6.7b muestra el diagrama PV del modelo de la figura 6.2a. La posición de la rendija es la misma. El modelo tiene ahora la componente poloidal de velocidad (figura 6.5) en la estructura bipolar. Se ve una diferencia respecto a la distribución real de la figura 6.7a. Las zonas seriamente afectadas en la reconstrucción son aquellas donde la velocidad poloidal difiere notablemente de cero. En consecuencia, se generan discontinuidades en la cáscara bipolar. También se aprecia una superposición con la contribución del toro. Esto es falso, ya que ambas estructuras están separadas espacialmente en el modelo. Finalmente, las deformaciones tienen simetría de punto. Estas deformaciones no son reales.

El ejemplo anterior muestra la desviación de la ley homóloga. Las desviaciones influyen en la interpretación de la morfología de la nebulosa. Las reconstrucciones asumiendo falsas simetrías de punto pueden llevar a interpretaciones extremas, por ejemplo la presencia de jets colimados, debido tanto a una inadecuada suposición para el campo de velocidades como a un inadecuado análisis del resultado.

En este capítulo se usó un modelo tridimensional sintético para explicar la ley homóloga. Se ha mostrado de manera cualitativa el efecto de las desviaciones de la ley en los diagramas PV. Se ha demostrado que las reconstrucciones tridimensionales basadas en datos cinemáticos pueden ser erróneas si la ley no se cumple.

---

# Capítulo 7

## Metodología

El objetivo principal de esta tesis es la investigación de los campos de velocidad en nebulosas planetarias (PNe) multipolares y su influencia en la reconstrucción 3D basada en diagramas posición-velocidad (PV). Se analizan una serie de simulaciones hidrodinámicas realizadas en el margen de la investigación de Steffen et al. [86] para extraer información pertinente comparando cortes a través de las distribuciones de densidad de las simulaciones con los diagramas PV correspondientes.

Dado que los diagramas PV representan la información que generalmente se utiliza para reconstruir la estructura de la PNe a lo largo de la línea de visión, la comparación de éstos con los cortes nos mostrará las distorsiones de las reconstrucciones de la estructura real cuando no se toman en cuenta las desviaciones de la expansión homóloga.

Las simulaciones hidrodinámicas se realizaron en el software *SHAPE* [87], el cual se describirá en mayor detalle en el siguiente capítulo. Los análisis de la simulación también se realizaron en *SHAPE*. Antes de analizar las simulaciones hidrodinámicas se demostraron los efectos de algunas desviaciones de la expansión homóloga en el capítulo 6, ya que el programa también permite la creación de modelos morfo-cinemáticos en base a mallas tridimensionales y campos de velocidad predeterminados.

Los modelos hidrodinámicos presentan campos de velocidades más realistas y complicados que el campo homólogo. Por tanto, es necesario un método efectivo de comparación entre cortes de estructura y diagramas PV de estos modelos. Este capítulo describe cómo comparar ambas visualizaciones.

El modelo hidrodinámico de Steffen et al. [86] construido en *SHAPE* es utilizado para

generar los cortes y los diagramas PV. Estas observaciones sintéticas pueden obtenerse con el módulo *Render* de *SHAPE*.

La comparación se realiza superponiendo los cortes y sus respectivos diagramas PV. La superposición se realiza con el programa de edición de imágenes *GIMP*. Para evitar confusiones, los datos cinemáticos son representados como contornos y los cortes en escala de grises.

La ley homóloga no se cumple en las zonas donde los contornos no delimitan adecuadamente las estructuras en escala de grises. Es posible estimar el grado de desviación de la ley homóloga en términos del cociente de la escala de tamaño de las distorsiones y su distancia al centro de coordenadas. La desviación de la ley será mayor cuanto mayor sea este cociente.

Los campos de velocidad predeterminados son más sencillos comparados con los que puede tener una PNe multipolar. No obstante, se espera encontrar características similares en las distorsiones de los diagramas PV del modelo hidrodinámico. Estas características ayudarán a establecer un mejor campo de velocidades para las reconstrucciones tridimensionales.

El capítulo 8 muestra los resultados obtenidos siguiendo la metodología descrita en este capítulo.

---

# Capítulo 8

## Resultados y Discusión

En este capítulo se analiza una serie de simulaciones hidrodinámicas preexistentes de nebulosas planetarias multipolares. El objetivo es estimar el grado de desviación de una expansión homóloga y su efecto en reconstrucciones tridimensionales en base a los diagramas PV. Los modelos hidrodinámicos son de la serie de simulaciones realizadas para el trabajo de Steffen et al. [86]. A diferencia del modelo utilizado en el capítulo 6, el campo de velocidades no está predeterminado. En su lugar es el resultado de la interacción hidrodinámica del viento rápido con la envolvente AGB.

Se comparan cortes transversales a través de la malla regular cartesiana a lo largo de la línea de visión con los correspondientes diagramas PV obtenidos del mismo corte. La comparación permite una estimación de la desviación de la ley homóloga en los datos cinemáticos. Se discute la influencia que tendrían las desviaciones si se utilizaran en reconstrucciones tridimensionales de las nebulosas planetarias (PNe).

El viento rápido probablemente no aparezca en las observaciones de líneas espectrales de baja excitación. En consecuencia no afectaría la reconstrucción de la estructura del choque externo. Como estamos interesados en esta estructura se impone un filtro de velocidad en las simulaciones hidrodinámicas. Este filtro excluye estructuras con velocidades superiores a 250 Km/s, impidiendo visualizar las zonas del viento rápido y del viento rápido chocado.

Se analizan modelos hidrodinámicos para la formación de dos tipos de PNe multipolares. Uno de ellos es una PNe bipolar con lóbulos secundarios. El otro es una PNe multipolar con lóbulos irregulares pero de tamaños similares. La diferencia resulta de un cambio sistemático en la distribución de densidad de la cáscara en el modelo.

Los campos de velocidades resultantes de las simulaciones hidrodinámicas son muy complejos. Por esta razón se requiere de un método más efectivo para comparar los cortes transversales con sus respectivos diagramas PV. La superposición de estas dos visualizaciones permite identificar las desviaciones de la ley homóloga. Los datos cinemáticos se diferencian de los cortes en que los primeros son generados como contornos y los segundos en escala de grises. De esta manera, fácilmente se podrán reconocer las zonas donde no se cumple la ley homóloga, ya que en esas zonas los contornos no delimitan adecuadamente las correspondientes estructuras en escala de grises.

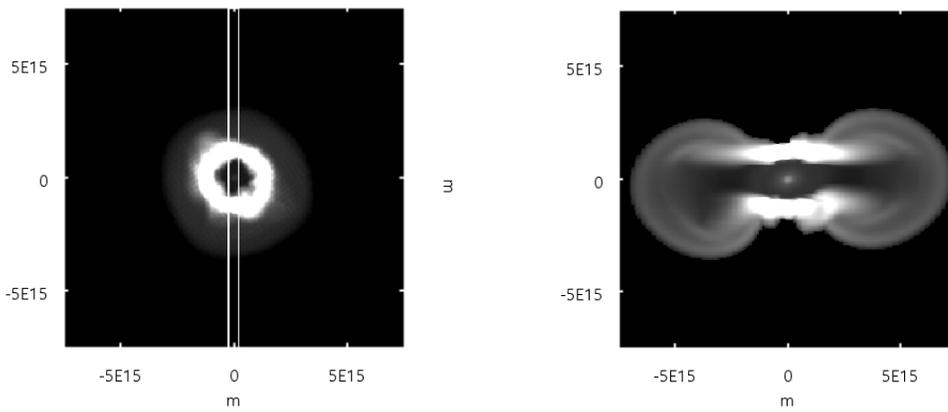
La desviación de la ley homóloga será mayor cuanto mayor sea la discrepancia de los contornos respecto a la morfología indicada en la escala de grises.

## 8.1. Nebulosa Bipolar con Lóbulos Secundarios

En la figura 8.1a se muestra el modelo hidrodinámico de la PNe bipolar. Debido a que la línea de visión apunta a lo largo del eje bipolar, su forma aparente es la de una nebulosa esférica. Esta nebulosa consiste de un anillo muy brillante rodeado por un halo exterior cuasi-esférico más tenue. Dentro del halo aparecen regiones de mayor densidad. El modelo tiene un filtro de velocidad. Este filtro permite visualizar sólo las regiones con velocidades de expansión superiores a 10 Km/s respecto a la estrella central (CS), por lo que no aparecen las contribuciones del viento AGB no perturbado. La rendija simulada aparece como dos líneas verticales.

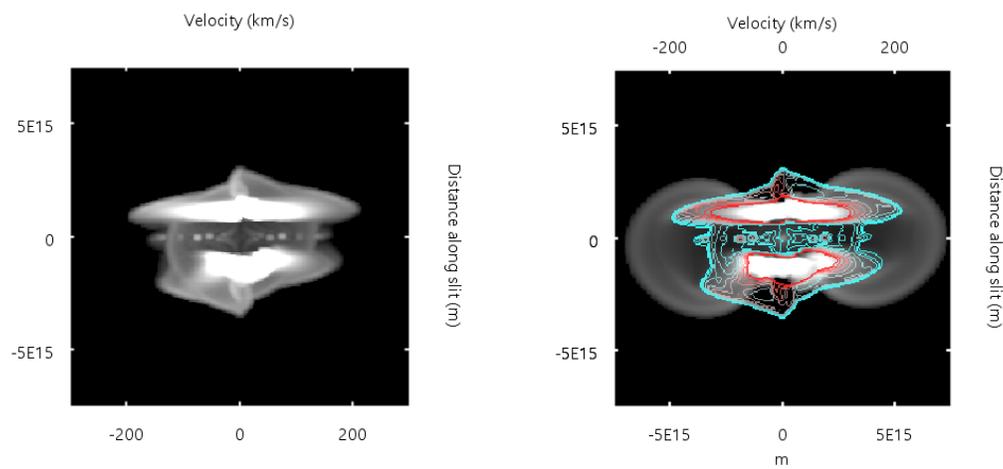
Una clasificación de la nebulosa basada solamente en esta imagen resultaría en el tipo “nebulosa esférica”. Pero la figura 8.1b muestra un corte transversal del modelo en el que claramente se trata de un objeto bipolar. Esto demuestra un inconveniente de la clasificación morfológica basada en imágenes sin información cinemática. El corte corresponde a la región de la nebulosa simulada incluida en la rendija. El ancho del corte es de  $5 \times 10^{14}$  m. Estas convenciones se mantienen para los siguientes ejemplos, a menos que se indique lo contrario.

La figura 8.1b muestra la morfología de la PNe a lo largo de la línea de visión. Se aprecian dos lóbulos principales semejantes a burbujas. Estas burbujas tienen una cáscara más brillante que su interior. Se observan dos barras horizontales de mayor brillo que los lóbulos. Las barras son material de alta densidad. Son generadas cuando el viento rápido de la CS alcanza el viento AGB previamente expulsado.



(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. La posición de la rendija es señalada por las dos líneas verticales.

(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.1a.

(d) Combinación del corte transversal (representado en escala de grises) de la figura 8.1b y del diagrama PV (simbolizado por los contornos) de la figura 8.1c.

Figura 8.1: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe bipolar.

Este viento AGB tiene mayor densidad en la zona ecuatorial. Por esta razón en el modelo se forma una especie de cintura. Esta cintura es la que une los lóbulos principales. Se distinguen también lobulos secundarios que emergen de la cintura.

La figura 8.1c muestra el diagrama PV en escala de grises de la PNe simulada. El diagrama PV es generado de la región del modelo incluida en la rendija.

La figura 8.1d es la superposición de las figuras 8.1b y 8.1c. Los valores de velocidad aparecen en la parte superior. En la parte inferior aparece la distancia horizontal al centro de coordenadas. El eje vertical es la posición a lo largo de la rendija. El corte transversal aparece en escala de grises. Los datos cinemáticos aparecen como contornos.

De la figura vemos que los lóbulos principales no son reconocibles fácilmente en los contornos. Las desviaciones de la ley homóloga son del orden de 50 % de la distancia al centro.

Esto indica que la velocidad de expansión de los lóbulos es sustancialmente más lenta de lo que se espera de una ley de expansión homóloga. También pueden presentar desviaciones de la dirección radial. Más adelante veremos un análisis de la direccionalidad del campo de velocidad.

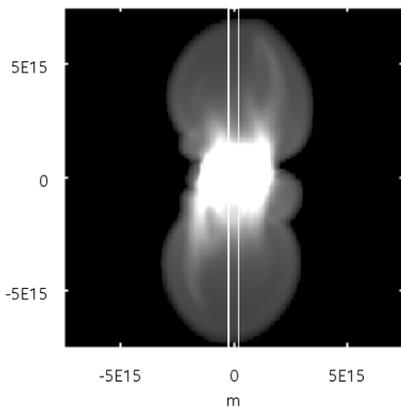
En este caso, la reconstrucción tridimensional basada en datos cinemáticos daría una morfología por completo diferente.

Por otra parte, las barras horizontales están delimitadas notoriamente por los contornos enrojecidos, los cuales indican las regiones de mayor densidad. La desviación de la ley homóloga es del orden de 10 % de la distancia al centro.

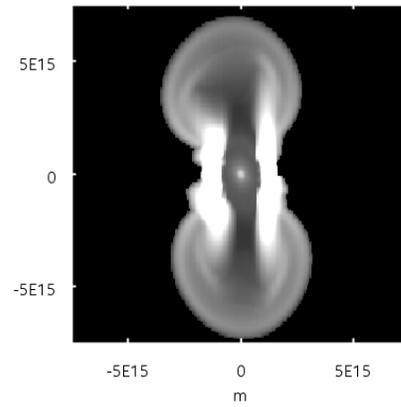
El resultado clave de este modelo en la orientación dada es que incluso la información cinemática en forma de un diagrama PV resultaría en una clasificación incorrecta. El carácter bipolar no es muy visible en el PV. En esta nebulosa no se cumple la expansión homóloga siquiera de manera aproximada, excepto cerca de la cintura de alta densidad.

Es importante indicar que los porcentajes de desviación de la ley homóloga para los modelos considerados en este capítulo se estiman a ojo. En otras palabras, los porcentajes de desviación estimados se obtienen de una simple inspección visual.

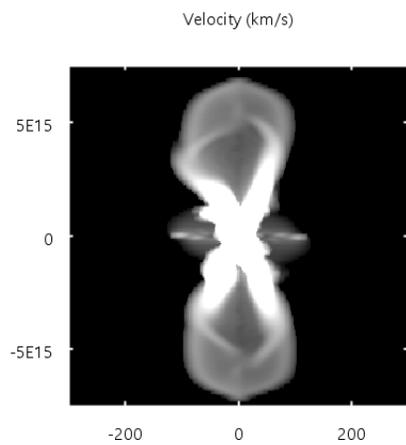
La figura 8.2a muestra el mismo modelo de la PNe bipolar con su eje orientado perpendicularmente a la línea de visión. En esta orientación se aprecian claramente los lóbulos principales. Se observa también un lóbulo secundario que emerge de la cintura.



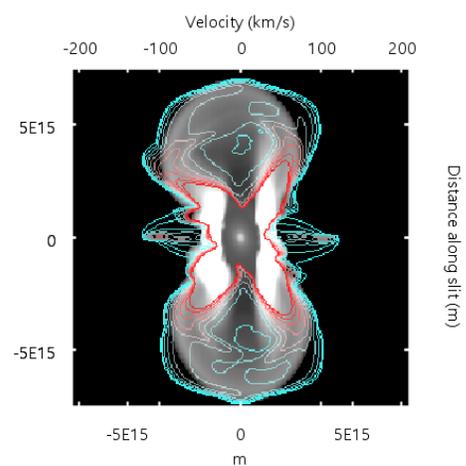
(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. La posición de la rendija es señalada por las dos líneas verticales.



(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.2a.



(d) Combinación del corte transversal de la figura 8.2b y del diagrama PV de la figura 8.2c.

Figura 8.2: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe bipolar.

La figura 8.2b muestra el corte transversal de la figura 8.2a. Los lóbulos principales se aprecian con facilidad. Aparece la cintura brillante que une los lóbulos. Esta cintura se extiende por el interior de cada burbuja. Sus filamentos más débiles se unen formando un arco.

La figura 8.2c muestra el diagrama PV de la figura 8.2a. Son evidentes las contribuciones de los lóbulos principales. Sin embargo, los lóbulos tienen una forma más cuadrada. Asimismo, los débiles filamentos de la cintura cambian de dirección abruptamente antes de unirse. Los vértices generados por los filamentos del lado izquierdo salen de la burbuja. Esto es un claro ejemplo de desviación de la ley homóloga, en donde estructuras más internas presentan una velocidad de expansión mayor que las estructuras más externas.

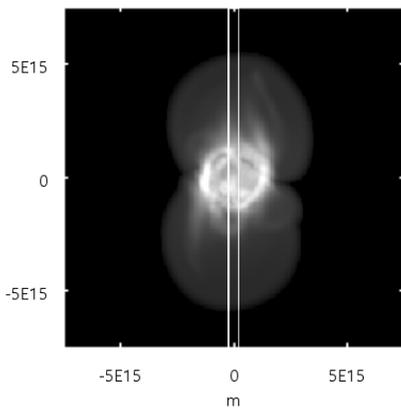
La figura 8.2d muestra la superposición de las figuras 8.2b y 8.2c. Los contornos de los lóbulos principales presentan distorsiones del orden de 10% de la distancia al centro. En algunas regiones se aprecian vértices o esquinas en las que las estructuras se doblan más que en la estructura espacial real visible en el corte. Estos vértices son evidencia de que el vector velocidad tiene una componente poloidal, es decir que se desvía de la dirección radial y/o hay un cambio drástico en la magnitud de la velocidad.

En los contornos se aprecian dos estructuras horizontales que surgen de la cintura. Estas estructuras no aparecen en la morfología del corte y representan una desviación de la ley homóloga.

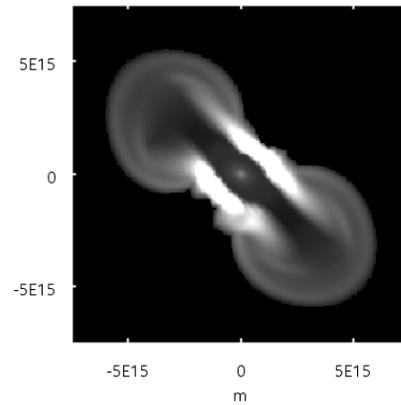
La figura 8.3a muestra el mismo modelo de la PNe bipolar con una orientación intermedia de  $45^\circ$  con respecto a la línea de visión. El anillo brillante representa la cintura densa que une los lóbulos principales.

La figura 8.3b muestra el corte transversal del modelo a lo largo de la línea de visión. Se observa claramente la morfología bipolar. Con la orientación del modelo el lóbulo principal superior se acerca al observador. El lóbulo principal inferior se aleja del observador. Puede observarse también la morfología de la cintura densa como dos barras brillantes inclinadas.

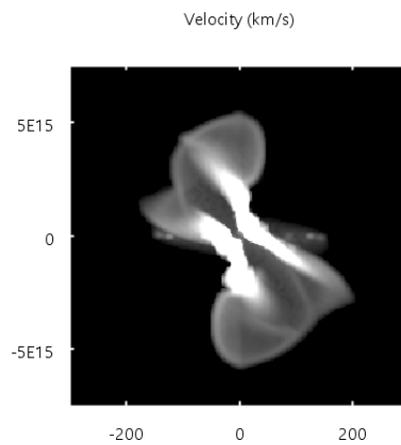
En la figura 8.3c se muestra el diagrama PV de la región del modelo incluida en la rendija. A pesar de que la morfología bipolar es clara y su orientación es adecuada, la forma de los lóbulos principales no está bien representada. Los duros vértices que sobresalen de los lóbulos son una evidencia de que la ley homóloga no se cumple. Es decir, el vector velocidad tiene una componente poloidal. Puede observarse la contribución cinemática de la cintura densa.



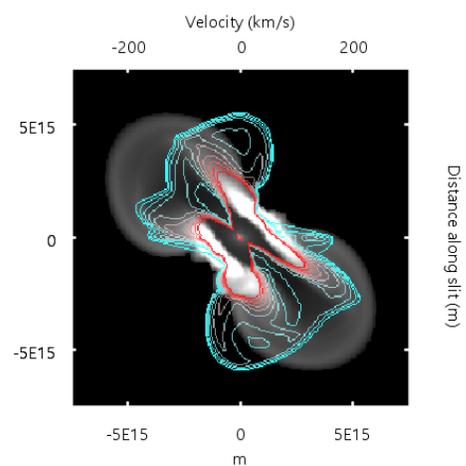
(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. La posición de la rendija es señalada por las dos líneas verticales.



(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.3a.



(d) Combinación del corte transversal de la figura 8.3b y del diagrama PV de la figura 8.3c.

Figura 8.3: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe bipolar.

La figura 8.3d es la superposición de las figuras 8.3b y 8.3c. Vemos que las distorsiones en los lóbulos principales son del orden de 40 % de la distancia al centro. Las desviaciones de la ley homóloga en los lóbulos producen estructuras que se extienden alejándose del centro en comparación al corte transversal. Del mismo modo, para estos lóbulos las desviaciones producen estructuras que se acercan al centro en comparación al corte. La cintura densa presenta desviaciones del orden de 30 % de la distancia al centro. En general, las desviaciones a la ley homóloga tienden a generar vértices pronunciados en los contornos cinemáticos de las regiones más afectadas. Una característica importante del diagrama PV a esta inclinación es la pronunciada estructura con simetría de punto. Dado que en este caso tal simetría no es real, su apariencia en una reconstrucción probablemente llevaría a una búsqueda frustrada de sus causas. Confiando ciegamente en los diagramas PV, la falsa simetría de punto podría ser atribuida, entre otras causas, a un sistema binario en el centro de la nebulosa.

Las figuras 8.4 y 8.5 muestran otra PNe bipolar generada con el modelo hidrodinámico de Steffen et al. [86]. Cada fila muestra el modelo en una inclinación con respecto a la línea de visión diferente, junto a su respectivo corte transversal y diagrama PV. La inclinación en cada fila aumenta 15° empezando desde 0° (PNe vista a lo largo de los polos) hasta 90° (PNe vista a lo largo del ecuador).

En estos ejemplos los diagramas PV muestran morfología bipolar, aunque algo distorsionada ya que tienen una falsa simetría de punto a inclinaciones intermedias. Sin embargo, en el caso especial cuando vemos la nebulosa a lo largo de los polos, la morfología en el diagrama PV es por completo diferente. La ley homóloga bajo esta orientación es inadecuada para las reconstrucciones tridimensionales usando datos cinemáticos. Este problema puede tener implicaciones severas en las observaciones. Es posible que las PNe “bipolares” vistas a lo largo de los polos hayan pasado desapercibidas en los diagramas PV y hayan sido asociadas incorrectamente a otro grupo morfológico.

Conforme aumenta el ángulo de inclinación la estructura en el diagrama PV se parece más a la que se observa en los cortes correspondientes, aunque se conserva la simetría de punto hasta que la orientación es perpendicular a la línea de visión (figura 8.5i). En este último caso, la simetría es aproximadamente cilíndrica, igual al corte espacial. Sin embargo, la forma de los lóbulos es bastante diferente, siendo más angular que la forma redondeada del corte espacial.

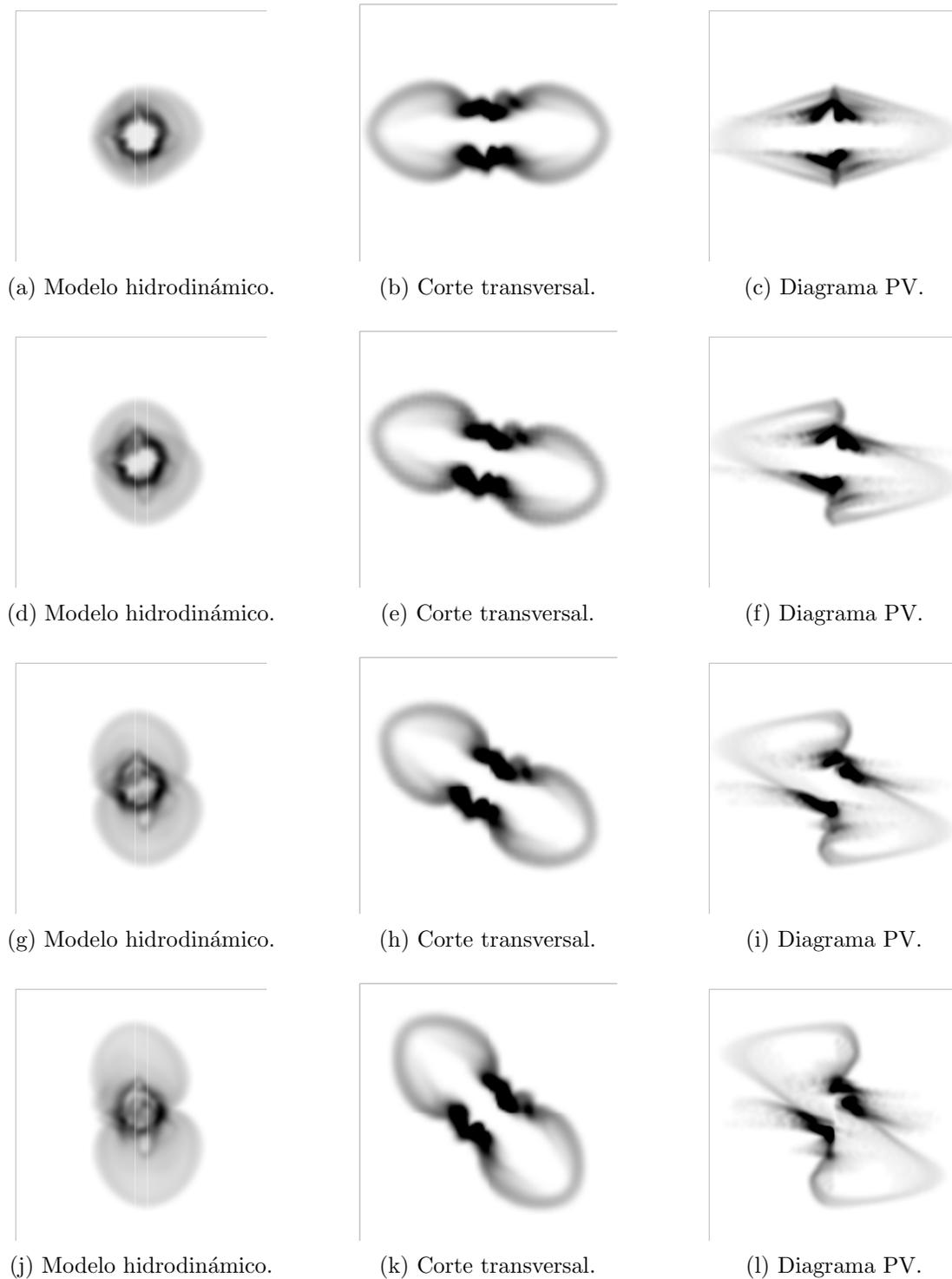


Figura 8.4: Cada fila muestra la PNe bipolar, el corte y el diagrama PV a diferentes inclinaciones. La inclinación con respecto a la línea de visión de la primera, segunda, tercera y cuarta fila es  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $45^\circ$ , respectivamente.

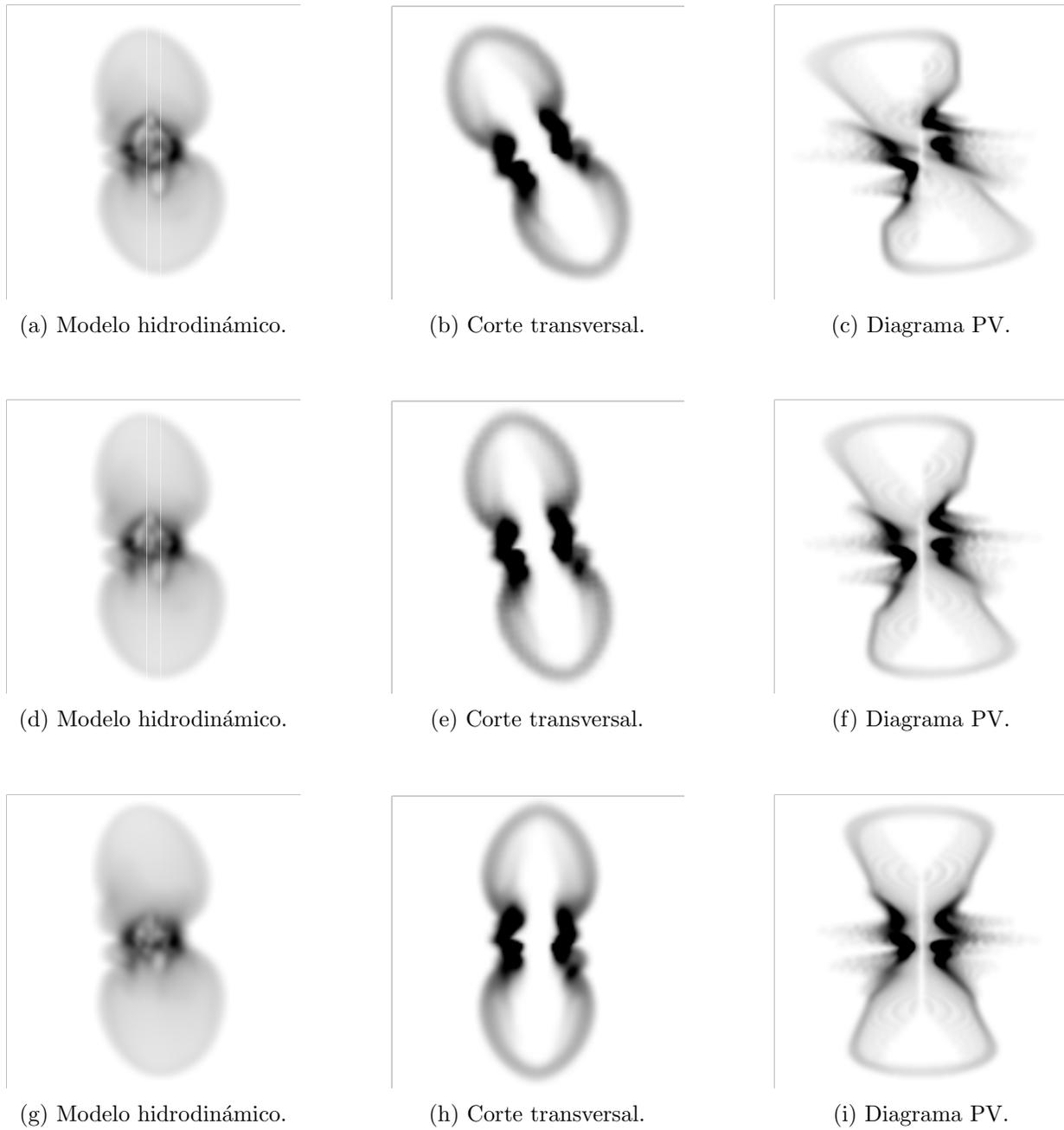


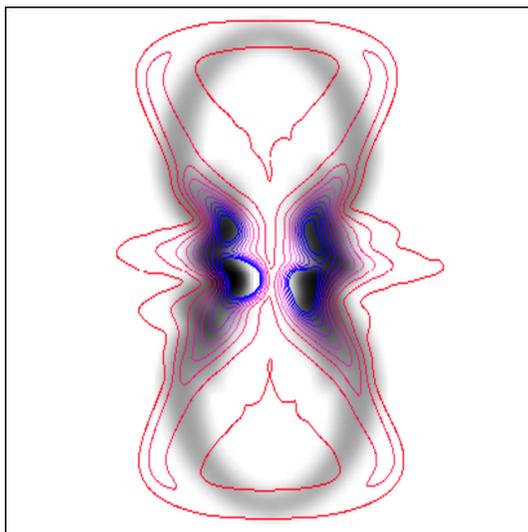
Figura 8.5: Cada fila muestra la PNe bipolar, el corte y el diagrama PV a diferentes inclinaciones. La inclinación con respecto a la línea de visión de la primera, segunda y tercera fila es  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  y  $90^\circ$ , respectivamente.

La explicación de estas desviaciones está principalmente en las desviaciones de la dirección de los vectores de velocidad, similar a lo que se discutió en el capítulo 7 sobre la ley de expansión homóloga.

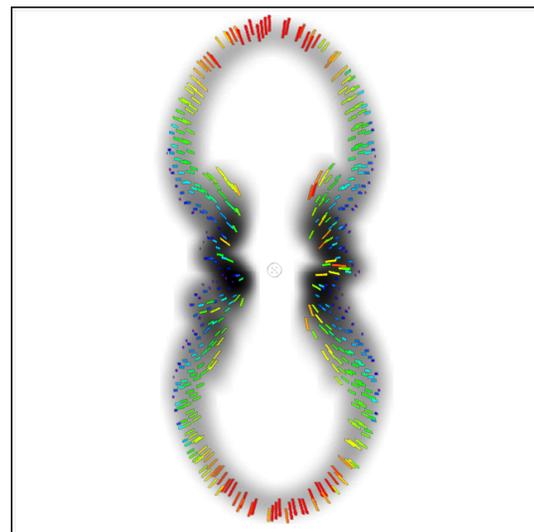
La figura 8.6 muestra la superposición del corte transversal de la PNe bipolar con los contornos cinemáticos y con el campo vectorial de velocidades.

Bajo expansión homóloga, los vectores de velocidad son puramente radiales y su magnitud crece con la distancia al centro. Sin embargo, en las regiones donde los contornos cinemáticos forman vértices, los vectores de velocidad no son radiales. Estos efectos son más notorios cuanto mayor es la desviación de los contornos cinemáticos respecto a la morfología del corte. En la figura 8.6b se nota claramente dos zonas con cinemática diferente. En los lóbulos se ven las desviaciones de la dirección radial que causan las principales diferencias entre el diagrama PV y el corte (figura 8.6a). Pero en la zona de mayor densidad los vectores de velocidad son más radiales y la estructura del diagrama PV se ajusta más al corte (figura 8.6b).

Este resultado da la pauta que en las observaciones de nebulosas reales, uno podría guiarse por la densidad relativa y curvaturas si aplica o no correcciones a una ley homóloga para el campo de velocidades.



(a) Superposición del corte transversal y diagrama PV.



(b) Superposición del corte transversal y el campo de velocidades de la PNe bipolar.

Figura 8.6: Superposición del corte transversal con el diagrama PV y con el campo de velocidades de la PNe bipolar.

## 8.2. Nebulosa Planetaria Multipolar

La figura 8.7a muestra el modelo hidrodinámico de una PNe multipolar. En esta orientación se distinguen dos estructuras principales. Las estructuras pueden ser asociadas a burbujas deformadas, una de mayor volumen que la otra. La zona en que se unen forma una cintura brillante.

La figura 8.7b muestra el corte transversal del modelo de la figura 8.7a. El corte atraviesa el modelo a lo largo de la línea de visión. La morfología es claramente multipolar. La cintura no rodea por completo a la CS. De los “huecos” de la cintura se formaron los lóbulos principales.

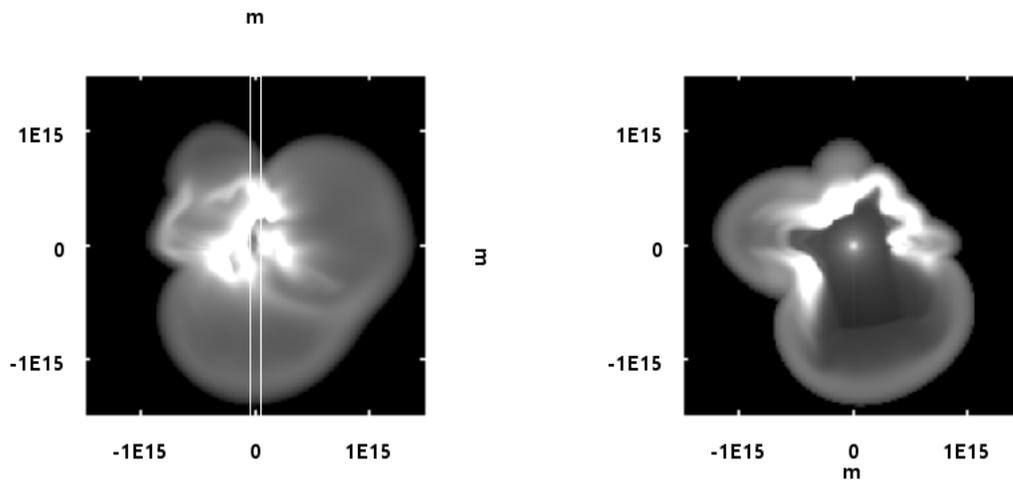
La figura 8.7c muestra el diagrama PV de la figura 8.7a. Se distinguen los lóbulos principales y la cintura.

La figura 8.7d muestra la superposición de las figuras 8.7b y 8.7c. La cintura brillante está delimitada notoriamente por los contornos enrojecidos. Las distorsiones para esta estructura son menores al 10 % de la distancia al centro. El lóbulo de abajo presenta vértices en los contornos que se alejan del centro.

En estas regiones el vector velocidad tiene una componente poloidal. En otras palabras, hay una desviación de la ley homóloga. En la parte inferior aparece un vértice en los contornos que se acerca al centro. Las distorsiones causadas por estos vértices son del orden de 10 % de la distancia al centro. El cambio en la forma es similar a los cambios en los lóbulos principales de la nebulosa bipolar.

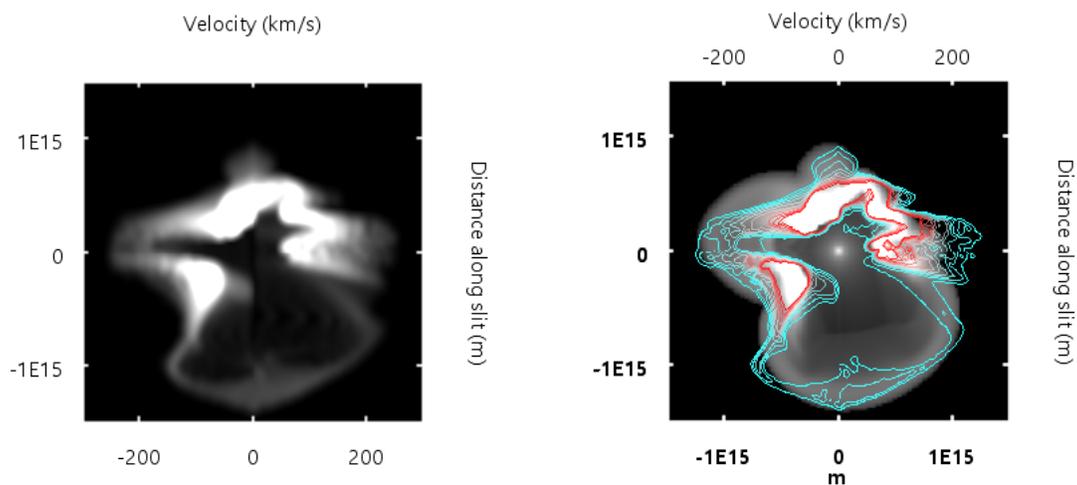
Para este lóbulo las reconstrucciones tridimensionales basadas en datos cinemáticos pueden generar tanto estructuras más internas como estructuras más externas de lo que realmente son. Ambos problemas originados asumiendo un campo de velocidades incorrecto (campo homólogo).

El lóbulo de arriba a la izquierda presenta distorsiones del orden de 30 % de la distancia al centro. Los contornos se acercan al centro haciendo que el lóbulo parezca más delgado. Es claro notar que esta situación demuestra que las desviaciones de la ley homóloga pueden causar que las estructuras abarquen diferentes extensiones en los datos cinemáticos. En algunas regiones se extenderán alejándose del centro y en otras regiones del mismo sistema se acercarán al centro. En conclusión no se puede confiar en que las desviaciones en los lóbulos sean del mismo tipo. Una investigación más a fondo tendrá que demostrar si puede haber indicios de cómo distinguir estas diferencias desde el punto de vista observacional.



(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. Las dos líneas verticales representan la rendija para el diagrama PV.

(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.7a.

(d) Combinación del corte transversal de la figura 8.7b y del diagrama PV de la figura 8.7c.

Figura 8.7: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe multipolar.

El lóbulo de la parte superior de la figura 8.7d presenta distorsiones en los contornos del orden de 10% de la distancia al centro. Sin embargo, sería bastante buena su reconstrucción tridimensional con datos cinemáticos, asumiendo la ley homóloga de velocidades.

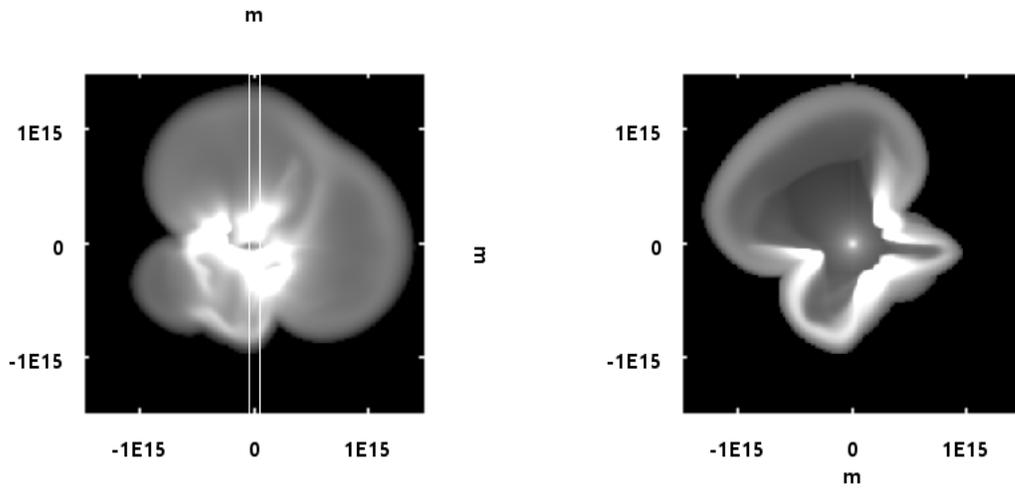
La figura 8.8a muestra el mismo modelo hidrodinámico de la PNe multipolar con una orientación diferente. La figura 8.8b muestra el corte transversal de la figura 8.8a. El corte presenta tres lóbulos con diferentes formas. La figura 8.8c muestra el diagrama PV de la figura 8.8a. Los tres lóbulos se identifican fácilmente.

La figura 8.8d muestra la superposición de las figuras 8.8b y 8.8c. Los contornos enrojecidos delimitan aceptablemente la cintura. El grado de desviación de la ley homóloga es del orden de 20% de la distancia al centro. Los contornos del lóbulo de arriba a la izquierda se extienden alejándose del centro en algunas zonas y acercándose en otras, formando vértices que no aparecen en el corte transversal. Las distorsiones para este lóbulo son del orden de 10% de la distancia al centro.

En el lóbulo de abajo las distorsiones son del orden de 30%. Este lóbulo tiene una forma evidentemente cuadrada. Por tanto, la ley homóloga no es adecuada para la reconstrucción tridimensional de este lóbulo. El lóbulo a la derecha del centro aparece abierto en los contornos y es más largo al compararlo con el corte transversal. Esta distorsión es del orden de 20% de la distancia al centro.

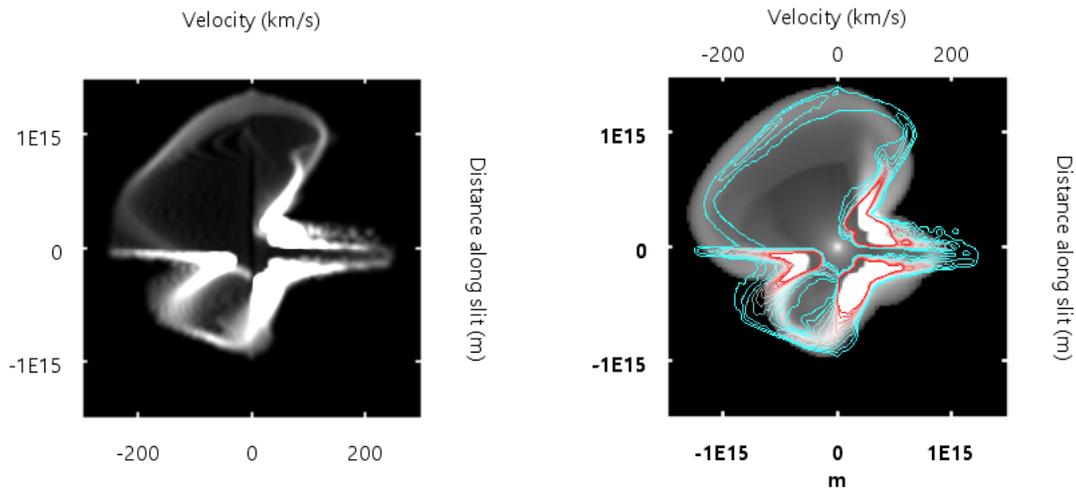
A pesar de todo, la correspondencia entre ambas visualizaciones es buena y en este caso los datos cinemáticos muestran la naturaleza multipolar claramente.

La figura 8.9a muestra el modelo de la PNe multipolar bajo una nueva orientación. Ahora es más evidente la naturaleza multipolar. La figura 8.9b muestra el corte transversal de la figura 8.9a. Las contribuciones del anillo pueden identificarse como las regiones más brillantes del corte transversal. La figura 8.9c muestra el diagrama PV de la figura 8.9a. La contribución de las dos burbujas más grandes se superpone en la parte superior del diagrama (la región señalada por la flechas). Esta es una clara desviación de la ley homóloga. Esto es muy importante, porque no sólo muestra que se deforma la estructura, sino que cambia la topología.



(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. La posición de la rendija es señalada por las dos líneas verticales.

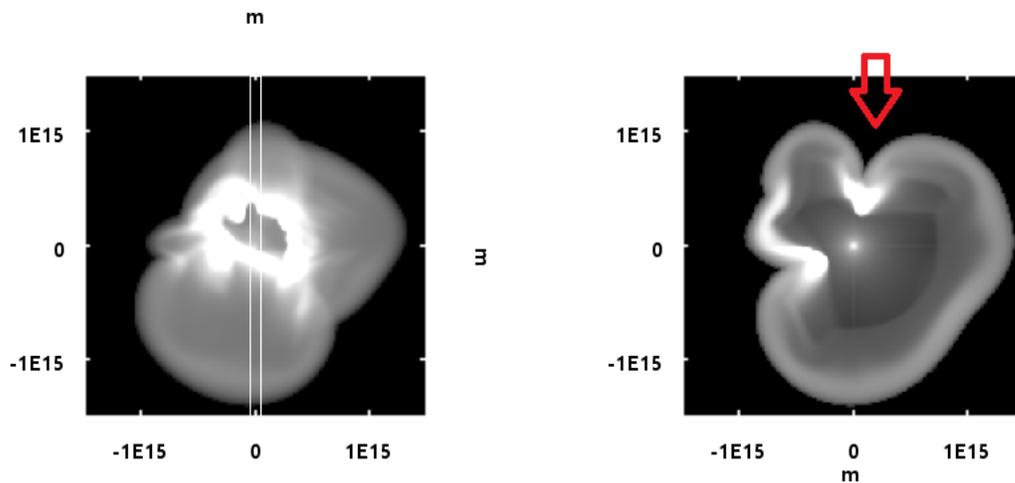
(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.8a.

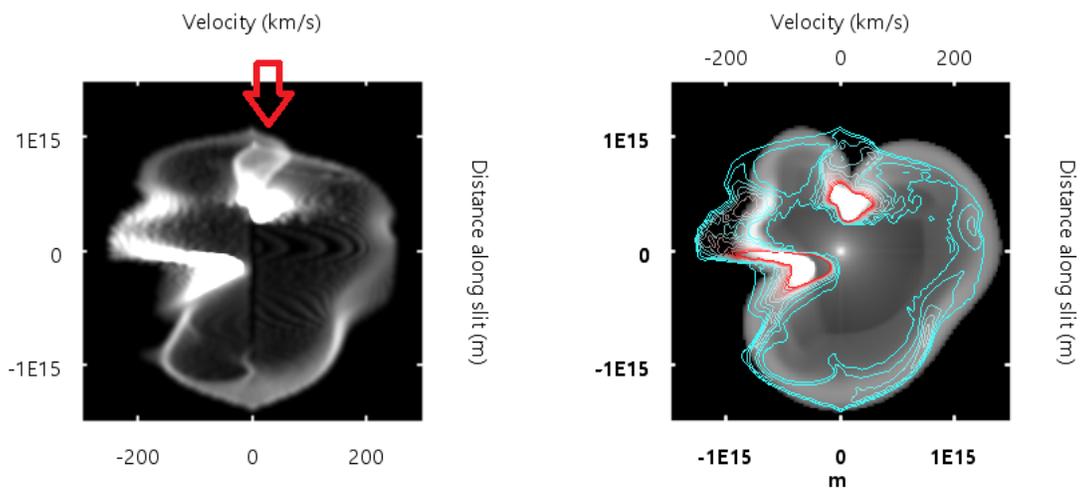
(d) Combinación del corte transversal de la figura 8.8b y del diagrama PV de la figura 8.8c.

Figura 8.8: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe multipolar.



(a) Modelo hidrodinámico tridimensional. La posición de la rendija es señalada por las dos líneas verticales.

(b) Corte transversal de la nebulosa a lo largo de la línea de visión.



(c) Diagrama PV de la nebulosa de la figura 8.9a.

(d) Combinación del corte transversal de la figura 8.9b y del diagrama PV de la figura 8.9c.

Figura 8.9: Modelo hidrodinámico, diagrama PV y corte transversal de la PNe multipolar.

La cintura ha sufrido alteraciones en su estructura. La figura 8.9d muestra la superposición de las figuras 8.9b y 8.9c. Los contornos enrojecidos delimitan la cintura brillante notoriamente. Los contornos que definen la burbuja de arriba a la izquierda se alejan del centro en algunas zonas y en otras se acercan. Estas distorsiones son del orden de 30% de la distancia al centro. La dinámica de esta estructura está dominada por presión térmica. Los contornos de la burbuja de abajo a la derecha se acercan al centro. En general, estas distorsiones son del orden de 20%.

En el capítulo 9 se presentan las conclusiones en base a los resultados obtenidos en este capítulo.

---

# Capítulo 9

## Conclusiones

Se ha investigado la influencia en los diagramas PV de la desviación de los campos de velocidad de la ley homóloga. Se estudiaron las distorsiones causadas por esta desviación de la ley en las reconstrucciones tridimensionales basadas en datos cinemáticos. Se han generado imágenes directas en emisión y diagramas PV con ayuda del software astronómico *SHAPE*. Ambas visualizaciones se compararon entre sí con la intención de determinar diferencias en su morfología. Estas diferencias indican desviaciones de los campos de velocidad de la expansión homóloga.

De los resultados expuestos en el capítulo anterior se puede concluir:

La ley homóloga es adecuada para identificar la morfología de nuestras nebulosas planetarias multipolares. Las desviaciones generales de la ley son del orden de 20%. No obstante, en algunos casos los datos cinemáticos tienen características que no corresponden con la morfología real a lo largo de la línea de visión. Estas características pueden ser vértices o superposición de las contribuciones de estructuras que pueden estar separadas espacialmente.

Por otro lado, estructuras tales como cinturas de alta densidad son representadas adecuadamente en los datos cinemáticos. Las desviaciones generales de la ley homóloga son del orden de 10% o menos. En otras palabras, con los datos cinemáticos se obtendrían adecuadamente sus morfologías tridimensionales.

Para nuestras nebulosas bipolares, su estructura tridimensional puede obtenerse con desviaciones del orden de 20% asumiendo la validez de la ley homóloga. Sin embargo, hay un

caso particular donde la ley homóloga no permite discernir la morfología bipolar. Sucede cuando observamos la nebulosa a lo largo de los polos. Las desviaciones de la morfología real son del orden de 50 %. Este problema puede tener implicaciones severas en las observaciones. Es posible que las PNe “bipolares” vista a lo largo de los polos hayan pasado desapercibidas en los diagramas PV debido a su orientación. En consecuencia, estas “bipolares” probablemente estén asociadas incorrectamente a otro grupo morfológico, como las nebulosas elípticas o irregulares. Como trabajo futuro queda comprobar la validez de la clasificación morfológica usando datos cinemáticos para las PNe observadas con esta orientación particular.

A inclinaciones intermedias se introduce simetría de punto para los diagramas PV de las PNe bipolares, confirmando los resultados de Steffen et al. [85]. Esta desviación es grave, ya que podría llevar a interpretaciones fundamentalmente diferentes para la formación de la nebulosa, implicando sin justificación la presencia de estrellas binarias en el núcleo de la PNe.

De manera similar al caso multipolar, componentes tales como cinturas densas que rodean a la estrella central de las nebulosas bipolares muestran una notable similitud en ambas visualizaciones. Las desviación en todos los casos fueron del orden de 10 %. Los contornos de velocidad delimitan adecuadamente la extensión espacial de estos componentes.

Esta tesis se ha limitado a una serie de simulaciones preexistentes específicas con un rango de parámetros y fenomenologías limitado. Eso permitió la identificación de los principales problemas que pueden haber en la reconstrucción de la estructura tridimensional en base a información cinemática obtenida por espectroscopía. Estos problemas son:

- Distorsiones estructurales (aparición de vértices).
- Falsa simetría de punto para PNe bipolares a inclinaciones intermedias respecto a la línea de visión.
- Cambios en la topología por la superposición de las contribuciones cinemáticas de estructuras espacialmente separadas.

Tales problemas pueden generar las siguientes consecuencias:

- Clasificación morfológica incorrecta de una PNe por distorsiones extremas.
- Estadísticas incorrectas de clasificación (el número de PNe en cada grupo morfológico puede ser mayor o menor que el número real).

---

A futuro se investigará de manera más sistemática las limitaciones de las suposiciones comunes para la reconstrucción 3D en situaciones más generales para una mayor variedad de nebulosas o fenómenos astrofísicos. Un aspecto importante es tratar de encontrar mejores diagnósticos para descubrir incompatibilidades con las suposiciones comunes.

---

# Bibliografía

- [1] G. O. Abell y P. Goldreich. On the Origin of Planetary Nebulae. *PASP*, 78:232, 1966. doi:10.1086/128336.
- [2] B. Aryal, C. Rajbahak, y R. Weinberger. Planetary nebulae NGC 6826 and NGC 2899: early aspherical mass loss? *Ap&SS*, 323:323–328, 2009. doi:10.1007/s10509-009-0076-9.
- [3] B. Balick. The evolution of planetary nebulae. I - Structures, ionizations, and morphological sequences. *AJ*, 94:671–678, 1987. doi:10.1086/114504.
- [4] S. A. Becker y I. Iben, Jr. The asymptotic giant branch evolution of intermediate-mass stars as a function of mass and composition. II - Through the first major thermal pulse and the consequences of convective dredge-up. *ApJ*, 237:111–129, 1980. doi:10.1086/157850.
- [5] T. Bloeker. Stellar evolution of low- and intermediate-mass stars. II. Post-AGB evolution. *A&A*, 299:755, 1995.
- [6] A. I. Boothroyd, I.-J. Sackmann, y S. C. Ahern. Prevention of High-Luminosity Carbon Stars by Hot Bottom Burning. *ApJ*, 416:762, 1993. doi:10.1086/173275.
- [7] I. S. Bowen. The origin of the nebular lines and the structure of the planetary nebulae. *ApJ*, 67:1–15, 1928. doi:10.1086/143091.
- [8] M. Busso, R. Gallino, y G. J. Wasserburg. Nucleosynthesis in Asymptotic Giant Branch Stars: Relevance for Galactic Enrichment and Solar System Formation. *ARA&A*, 37:239–309, 1999. doi:10.1146/annurev.astro.37.1.239.
- [9] A. G. W. Cameron. Nuclear Reactions in Stars and Nucleogenesis. *PASP*, 69:201, 1957. doi:10.1086/127051.

- 
- [10] A. G. W. Cameron y W. A. Fowler. Lithium and the s-PROCESS in Red-Giant Stars. *ApJ*, 164:111, 1971. doi:10.1086/150821.
- [11] W. W. Campbell. Some Preliminary Results Deduced from Observed Radial Velocities of Stars. *JRASC*, 4:353, 1910.
- [12] W. W. Campbell y J. H. Moore. On the Forms of Spectral Lines Observed in the Planetary Nebulae N. G. C. 7662 and N. G. C. 2392. *PASP*, 29:133, 1917. doi:10.1086/122604.
- [13] E. R. Capriotti. Morphology of planetary nebulae. En Y. Terzian, ed., *Planetary Nebulae*, tomo 76 de *IAU Symposium*, págs. 263–273. 1978.
- [14] Y.-H. Chu, G. H. Jacoby, y R. Arendt. Multiple-shell planetary nebulae. I - Morphologies and frequency of occurrence. *ApJS*, 64:529–544, 1987. doi:10.1086/191207.
- [15] R. L. M. Corradi. Morphology vs. Physical Properties: Some Comments and Questions. En J. H. Kastner, N. Soker, y S. Rappaport, eds., *Asymmetrical Planetary Nebulae II: From Origins to Microstructures*, tomo 199 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pág. 25. 2000.
- [16] H. D. Curtis. Note on the Planetary Nebulae. *PASP*, 29:52, 1917. doi:10.1086/122586.
- [17] H. D. Curtis. The planetary nebulae. *Publications of Lick Observatory*, 13:55–74, 1918.
- [18] A. Dalgarno y R. A. McCray. Heating and Ionization of HI Regions. *ARA&A*, 10:375, 1972. doi:10.1146/annurev.aa.10.090172.002111.
- [19] A. Danehkar. *Evolution of Planetary Nebulae with WR-type Central Stars*. Tesis Doctoral, Department of Physics and Astronomy, Macquarie University, Sydney, NSW 2109, Australia, 2014.
- [20] O. De Marco. The Origin and Shaping of Planetary Nebulae: Putting the Binary Hypothesis to the Test. *PASP*, 121:316–342, 2009. doi:10.1086/597765.
- [21] C. Dijkstra y A. K. Speck. Shaping Bipolar Planetary Nebulae: How Mass Loss Leads to Waistline Development. *ApJ*, 651:288–293, 2006. doi:10.1086/507422.

- [22] V. V. Dwarkadas. Stellar Rotation and the Formation of Asymmetric Nebulae. En M. Meixner, J. H. Kastner, B. Balick, y N. Soker, eds., *Asymmetrical Planetary Nebulae III: Winds, Structure and the Thunderbird*, tomo 313 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pág. 430. 2004.
- [23] D. J. Faulkner. The Ejection of Planetary-Nebula Shells. *ApJ*, 162:513, 1970. doi:10.1086/150684.
- [24] M. Forestini y C. Charbonnel. Nucleosynthesis of light elements inside thermally pulsing AGB stars: I. The case of intermediate-mass stars. *A&AS*, 123:241–272, 1997. doi:10.1051/aas:1997348.
- [25] A. Frank. A Paradigm Lost: New Theories for Aspherical PNe. *ArXiv Astrophysics e-prints*, 1999.
- [26] S. K. Gorny, G. Stasińska, y R. Tylenda. Planetary nebulae morphologies, central star masses and nebular properties. *A&A*, 318:256–268, 1997.
- [27] M. Griffiths. *Planetary Nebulae and How to Observe Them*. 2012. doi:10.1007/978-1-4614-1782-8.
- [28] Harm J. Habing y Hans Olofsson. *Asymptotic Giant Branch Stars*. 2004.
- [29] R. J. Harman y M. J. Seaton. The Central Stars of Planetary Nebulae. *ApJ*, 140:824, 1964. doi:10.1086/147987.
- [30] W. Herschel. On Nebulous Stars, Properly So Called. By William Herschel, LL.D. F. R. S. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series I*, 81:71–88, 1791.
- [31] F. Herwig. Evolution of Asymptotic Giant Branch Stars. *ARA&A*, 43:435–479, 2005. doi:10.1146/annurev.astro.43.072103.150600.
- [32] F. Hoyle y M. Schwarzschild. On the Evolution of Type II Stars. *ApJS*, 2:1, 1955. doi:10.1086/190015.
- [33] E. P. Hubble. A general study of diffuse galactic nebulae. *ApJ*, 56:162–199, 1922. doi:10.1086/142698.

- 
- [34] E. P. Hubble. The source of luminosity in galactic nebulae. *ApJ*, 56:400–438, 1922. doi:10.1086/142713.
- [35] I. Iben, Jr. On the Abundance of Lithium in Red Giants of Intermediate Mass. *ApJ*, 185:209–212, 1973. doi:10.1086/152409.
- [36] I. Iben, Jr. Thermal pulses; p-capture, alpha-capture, s-process nucleosynthesis; and convective mixing in a star of intermediate mass. *ApJ*, 196:525–547, 1975. doi:10.1086/153433.
- [37] I. Iben, Jr. On the significance of mass loss from bright red giants. En M. Morris y B. Zuckerman, eds., *Mass Loss from Red Giants*, tomo 117 de *Astrophysics and Space Science Library*, págs. 1–10. 1985.
- [38] I. Iben, Jr. The story of AGB star evolution - an intimate connection between theory and observation. En B. Gustafsson y P. E. Nissen, eds., *Astrophysics: Recent Progress and Future Possibilities*, págs. 117–135. 1990.
- [39] I. Iben, Jr. y A. Renzini. Asymptotic giant branch evolution and beyond. *ARA&A*, 21:271–342, 1983. doi:10.1146/annurev.aa.21.090183.001415.
- [40] V. Icke. The hydrodynamics of aspherical planetary nebulae. I - Analytic evaluation of hydrodynamic difference schemes. *A&A*, 251:369–381, 1991.
- [41] F. D. Kahn. Models of planetary nebulae: generalisation of the multiple winds model. En S. Torres-Peimbert, ed., *Planetary Nebulae*, tomo 131 de *IAU Symposium*, págs. 411–424. 1989.
- [42] F. D. Kahn y K. A. West. Shapes of planetary nebulae. *MNRAS*, 212:837–850, 1985.
- [43] A. Karakas y J. C. Lattanzio. Stellar Models and Yields of Asymptotic Giant Branch Stars. *PASA*, 24:103–117, 2007. doi:10.1071/AS07021.
- [44] J. H. Kastner y D. A. Weintraub. Near-infrared polarimetric imaging of the bipolar nebula OH 231.8+4.2: The death of a beta Pic-like system. *AJ*, 109:1211–1219, 1995. doi:10.1086/117354.

- [45] G. S. Khromov y L. Kohoutek. Morphological Study of Planetary Nebulae. En D. E. Osterbrock y C. R. O'dell, eds., *Planetary Nebulae*, tomo 34 de *IAU Symposium*, pág. 227. 1968.
- [46] R. Kippenhahn, A. Weigert, y A. Weiss. *Stellar Structure and Evolution*. 2012. doi:10.1007/978-3-642-30304-3.
- [47] D. Koester y D. Reimers. White dwarfs in open clusters. VIII. NGC 2516: a test for the mass-radius and initial-final mass relations. *A&A*, 313:810–814, 1996.
- [48] K. S. Krishna Swamy y T. P. Stecher. On the Formation of Planetary Nebulae. *PASP*, 81:873, 1969. doi:10.1086/128865.
- [49] S. Kwok. Transition from red giant to planetary nebula. En G. Wallerstein, ed., *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, tomo 9 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, págs. 438–449. 1990.
- [50] S. Kwok. *The Origin and Evolution of Planetary Nebulae*. 2000.
- [51] S. Kwok, S.-N. Chong, N. Koning, T. Hua, y C.-H. Yan. The True Shapes of the Dumbbell and the Ring. *ApJ*, 689:219–224, 2008. doi:10.1086/592103.
- [52] S. Kwok, C. R. Purton, y P. M. Fitzgerald. On the origin of planetary nebulae. *ApJ*, 219:L125–L127, 1978. doi:10.1086/182621.
- [53] M. L. Leal-Ferreira, W. H. T. Vlemmings, A. Kemball, y N. Amiri. Magnetic fields around evolved stars: further observations of H<sub>2</sub>O maser polarization. *A&A*, 554:A134, 2013. doi:10.1051/0004-6361/201321218.
- [54] A. Manchado, L. Stanghellini, y M. A. Guerrero. Quadrupolar Planetary Nebulae: A New Morphological Class. *ApJ*, 466:L95, 1996. doi:10.1086/310170.
- [55] P. Marigo. Asymptotic giant branch evolution: Where do we stand? En *IAU Symposium*, tomo 283 de *IAU Symposium*, págs. 87–94. 2012. doi:10.1017/S1743921312010757.

- [56] B. Miszalski, Q. A. Parker, A. Acker, J. L. Birkby, D. J. Frew, y A. Kovacevic. MASH-II: more planetary nebulae from the AAO/UKST H $\alpha$  survey. *MNRAS*, 384:525–534, 2008. doi:10.1111/j.1365-2966.2007.12727.x.
- [57] D. L. Mitchell, D. Pollacco, T. J. O’Brien, M. Bryce, J. A. López, y J. Meaburn. The structures and kinematics of planetary nebulae with close-binary central stars. En M. J. Barlow y R. H. Méndez, eds., *Planetary Nebulae in our Galaxy and Beyond*, tomo 234 de *IAU Symposium*, págs. 139–144. 2006. doi:10.1017/S1743921306002882.
- [58] N. Mowlavi y G. Meynet. Aluminum 26 production in asymptotic giant branch stars. *A&A*, 361:959–976, 2000.
- [59] C. R. O’dell. Observational Aspects of the Evolution of Planetary Nebulae and Their Central Stars. En D. E. Osterbrock y C. R. O’dell, eds., *Planetary Nebulae*, tomo 34 de *IAU Symposium*, pág. 361. 1968.
- [60] D. E. Osterbrock. Introductory report: The origin and evolution of planetary nebulae. *Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liege*, 5:391–402, 1973.
- [61] D. E. Osterbrock, J. S. Miller, y D. W. Weedman. Emission-Line Profiles in Planetary Nebulae. *ApJ*, 145:697, 1966. doi:10.1086/148816.
- [62] B. Paczyński y J. Ziółkowski. Dynamical Instability of the Envelopes of Red Supergiants and the Origin of Planetary Nebulae. En D. E. Osterbrock y C. R. O’dell, eds., *Planetary Nebulae*, tomo 34 de *IAU Symposium*, pág. 396. 1968.
- [63] B. Paczyński y J. Ziółkowski. On the Origin of Planetary Nebulae and Mira Variables. *Acta Astron.*, 18:255, 1968.
- [64] Q. A. Parker, A. Acker, D. J. Frew, M. Hartley, A. E. J. Peyaud, F. Ochsenbein, S. Phillipps, D. Russeil, S. F. Beaulieu, M. Cohen, J. Köppen, B. Miszalski, D. H. Morgan, R. A. H. Morris, M. J. Pierce, y A. E. Vaughan. The Macquarie/AAO/Strasbourg H $\alpha$  Planetary Nebula Catalogue: MASH. *MNRAS*, 373:79–94, 2006. doi:10.1111/j.1365-2966.2006.10950.x.
- [65] G. Pascoli. On Circumstellar Envelope Formation. *ApJ*, 489:946–950, 1997.

- [66] M. Perinotto, D. Schönberner, M. Steffen, y C. Calonaci. The evolution of planetary nebulae. I. A radiation-hydrodynamics parameter study. *A&A*, 414:993–1015, 2004. doi:10.1051/0004-6361:20031653.
- [67] C. D. Perrine. The Origin and Internal Motions of the Planetary Nebulae. *Astronomische Nachrichten*, 237:89, 1929.
- [68] S. R. Pottasch. Axial Symmetry in Planetary Nebulae. En A. Harpaz y N. Soker, eds., *Asymmetrical Planetary Nebulae*, tomo 11 de *Annals of the Israel Physical Society*, pág. 7. 1995.
- [69] D. Prrialnik. *An Introduction to the Theory of Stellar Structure and Evolution*. 2009.
- [70] J. E. Pringle. The EGG nebula - A protostellar disc remnant around an evolved star? *MNRAS*, 238:37P, 1989.
- [71] N. K. Reay. Morphology and kinematics of planetary nebulae. En D. R. Flower, ed., *Planetary Nebulae*, tomo 103 de *IAU Symposium*, págs. 31–42. 1983.
- [72] M. Reyes-Ruiz y J. A. López. Accretion Disks in Pre-Planetary Nebulae. *ApJ*, 524:952–960, 1999. doi:10.1086/307827.
- [73] F. Sabbadin y E. Hamzaoglu. Internal motions in planetary nebulae. *A&A*, 110:105–110, 1982.
- [74] F. Sabbadin, M. Turatto, R. Ragazzoni, E. Cappellaro, y S. Benetti. The structure of planetary nebulae: theory vs. practice. *A&A*, 451:937–949, 2006. doi:10.1051/0004-6361:20054554.
- [75] I.-J. Sackmann, R. L. Smith, y K. H. Despain. Carbon and eruptive stars: surface enrichment of lithium, carbon, nitrogen, and  $^{13}\text{C}$  by deep mixing. *ApJ*, 187:555–574, 1974. doi:10.1086/152666.
- [76] C. Sanchez Contreras. Nebular metamorphosis during the post-AGB phase: multiwavelength studies. En M. R. Zapatero Osorio, J. Gorgas, J. Maíz Apellániz, J. R. Pardo, y A. Gil de Paz, eds., *Highlights of Spanish Astrophysics VI*, págs. 430–441. 2011.

- [77] J. M. Scalo, K. H. Despain, y R. K. Ulrich. Studies of evolved stars. V - Nucleosynthesis in hot-bottom convective envelopes. *ApJ*, 196:805–817, 1975. doi:10.1086/153471.
- [78] K.-P. Schroeder, J. M. Winters, T. U. Arndt, y E. Sedlmayr. A theoretical model for episodic mass-loss producing detached shells around bright carbon stars. *A&A*, 335:L9–L12, 1998.
- [79] M. Schwarzschild y R. Härm. Thermal Instability in Non-Degenerate Stars. *ApJ*, 142:855, 1965. doi:10.1086/148358.
- [80] I. S. Shklovsky. On the nature of planetary nebulae Discussion. En G. H. Herbig, ed., *Non-stable stars*, tomo 3 de *IAU Symposium*, pág. 83. 1957.
- [81] L. Stanghellini. Morphology of Planetary Nebulae and its Correlation with Stellar Evolution. En A. Harpaz y N. Soker, eds., *Asymmetrical Planetary Nebulae*, tomo 11 de *Annals of the Israel Physical Society*, pág. 17. 1995.
- [82] L. Stanghellini, R. L. M. Corradi, y H. E. Schwarz. The correlations between planetary nebula morphology and central star evolution. *A&A*, 279:521–528, 1993.
- [83] W. Steffen. Dynamical modeling and the interactions with the ISM. En *IAU Symposium*, tomo 283 de *IAU Symposium*, págs. 168–175. 2012. doi:10.1017/S1743921312010897.
- [84] W. Steffen, M. Espíndola, S. Martínez, y N. Koning. The 3D velocity structure of the planetary nebula NGC 7009. *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 45:143–154, 2009.
- [85] W. Steffen, G. García-Segura, y N. Koning. Hydrodynamical Velocity Fields in Planetary Nebulae. *ApJ*, 691:696–704, 2009. doi:10.1088/0004-637X/691/1/696.
- [86] W. Steffen, N. Koning, A. Esquivel, G. García-Segura, M. T. García-Díaz, J. A. López, y M. Magnor. A wind-shell interaction model for multipolar planetary nebulae. *MNRAS*, 436:470–478, 2013. doi:10.1093/mnras/stt1583.
- [87] W. Steffen, N. Koning, S. Wenger, C. Morisset, y M. Magnor. Shape: A 3D Modeling Tool for Astrophysics. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Volume 17, Issue 4, p.454-465, 17:454–465, 2011.

- [88] W. Steinicke. *Observing and Cataloguing Nebulae and Star Clusters*. 2010.
- [89] R. Sullivan. The Planetary Nebulae. *Popular Astronomy*, 23:149–151, 1915.
- [90] B. van Leer. Flux-vector splitting for the Euler equations. En E. Krause, ed., *Numerical Methods in Fluid Dynamics*, tomo 170 de *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, págs. 507–512. 1982. doi:10.1007/3-540-11948-5\_66.
- [91] E. Vassiliadis y P. R. Wood. Post-asymptotic giant branch evolution of low- to intermediate-mass stars. *ApJS*, 92:125–144, 1994. doi:10.1086/191962.
- [92] P. F. Velázquez, A. C. Raga, A. Riera, W. Steffen, A. Esquivel, J. Cantó, y S. Haro-Corzo. Multipolar young planetary nebulae modelled as a precessing and orbiting jet with time-dependent ejection velocity. *MNRAS*, 419:3529–3536, 2012. doi:10.1111/j.1365-2966.2011.19991.x.
- [93] K. Volk y S. Kwok. Dynamical evolution of planetary nebulae. *A&A*, 153:79–90, 1985.
- [94] B. Vorontsov-Velyaminov. Space Distribution of Planetary Nebulae. (Studies on the O class stars, planetary nebulae and novae. V note. ) Mit 3 Abbildungen. *ZAp*, 8:195, 1934.
- [95] O. C. Wilson. A Survey of Internal Motions in the Planetary Nebulae. *ApJ*, 111:279, 1950. doi:10.1086/145264.
- [96] O. C. Wilson. Planetary Nebulae. *Leaflet of the Astronomical Society of the Pacific*, 6:20, 1950.
- [97] O. C. Wilson. Internal Kinematics of the Planetary Nebulae. *Reviews of Modern Physics*, 30:1025–1029, 1958. doi:10.1103/RevModPhys.30.1025.
- [98] W. H. Wright. On the Occurrence of the Line 4686A and the Related Series of Lines in the Spectra of the Planetary Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 1:266–269, 1915. doi:10.1073/pnas.1.5.266.
- [99] H. Zanstra. An Application of the Quantum Theory to the Luminosity of Diffuse Nebulae. *ApJ*, 65:50, 1927. doi:10.1086/143024.

- 
- [100] H. Zanstra. Nebulæ, Planetary: The expansion hypothesis for planetary nebulæ. *MNRAS*, 93:131, 1932.